OVERZICHT NATUURWETENSCHAPPELIJKE BRIEVEN VAN EN AAN OBE POSTMA

Transcriptie en annotatie: Jan Guichelaar en Frans Steenmeijer

Opmerkingen:

-a- De getranscribeerde teksten zijn cursief gedrukt.
-b- Commentaar staat tussen {…}, onduidelijke woorden staan als xxx[?], aanvullingen of omissies als [xxx], onzekere aanvullingen of alternatieven als [xxx?] en onleesbare woorden als [??].
-c- Kleine verschrijvingen en interpunctie zijn veelal aangepast.
-d- Afkortingen:

K	Korteweg
K(N)AW	Koninklijke (Nederlandse) Akademie van Wetenschappen
L	Lorentz
P	Postma
VdW	Van der Waals

-e- Archieven:

GA	Groninger Archieven.
FLMD	Frysk Letterkundich Museum en Dokumintaasjesintrum (Fries Letterkundig Museum en Documentatiecentrum), onderdeel van Tresoar, Leeuwarden.
NA	Nationaal Archief, Den Haag.
NHA	Noord-Hollands Archief, Haarlem.
TRL	Tresoar, Fries Historisch en Letterkundig Centrum, Leeuwarden.
UBA	Universiteitsbibliotheek Amsterdam (BC, Bijzondere Collecties).
UBL	Universiteitsbibliotheek Leiden.

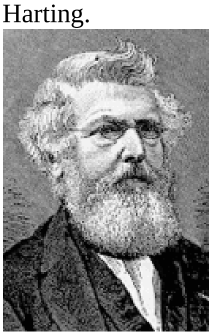
Een aantal brieven is aanwezig in het Noord-Hollands Archief. Op deze staat vaak dat ze afkomstig zijn uit het Nationaal Archief (Nationaal Archief Den Haag, 2e afdeling, Lorentz 62). Deze zijn overgedragen.

-f- Een brief van P's moeder over zijn promotie is ook opgenomen.

NUMMER	1
SOORT	Brief
AAN	Harting[1]
DATUM	07-11-1887
ARCHIEF	UBA, BC: Harting [?]
INHOUD	Aanmelding als lid[2]

---

[1] De vereniging H.A.R.T.I.N.G. werd op 11 februari 1886 opgericht met als zinspreuk: *Hominibus Augustis Reverentiam Tribuere Illustris Nationis Gloria* (Eer betonen aan verheven beroemde mensen tot eer van het vaderland). De vereniging was vernoemd naar de bioloog Pieter Harting (1812-1885) en had tot doel de beoefening der wis- en natuurkundige wetenschappen. De vereniging onderhield contact met de weduwe van Harting.



Pieter Harting

[2] Postma werd door de bioloog Hein (Han) W. Heinsius (1863-1939) op 10 februari 1887 geïntroduceerd bij Harting, maar werd eerst aan het eind van dat jaar (het 19de) lid.

Han Heinsius

Op 8 december was hij voor het eerst als lid aanwezig. Postma was lid tot 1891 (daarna buitengewoon lid) en ab-actis van 1889 tot 1891. Hij woonde in die jaren in de Jan Steenstraat 203 (deels hernoemd tot 2e Jan Steenstraat) en de Burmanstraat 16. Op 13 november 1887 verdedigde Postma tijdens de ledenvergadering de stelling *Het*

Amsterdam, 7 November ’87

WelEd.Geb. Heer,

Aan u, als ab-actis van Harting, meldt ondergeteekende, dat hij gaarne lid zou willen worden van het bovengenoemde gezelschap.
Hij zal dus gaarne aan eene ballotage zich onderwerpen, om, zoo het lot hem gunstig is, in uw geëerd gezelschap te kunnen worden opgenomen.

Hoogachtend,
Ued. Dw. Dn.
O. Postma

Aan den ab-actis van “Harting”

---

zweven der wolken in de lucht is niet slechts iets schijnbaars en het is zeer goed te verklaren. Op 22 oktober 1889 verdedigde hij de stelling *De voornaamste ontdekkingen op het gebied der speculatieve natuurwetenschappen zijn wij verschuldigd aan mannen met groote verbeeldingskracht*. Op 28 oktober 1890 verdedigde hij de stelling *Op de theorie van Hering over het kleuren zien, zijn gegronde aanmerkingen te maken*. Karl E.K. Hering (1834-1918) was een Duits fysioloog, die veel onderzoek verrichtte aan het ‘zien’.

Karl Ewald Konstantin Hering
Op 12 maart 1889 hield Postma de lezing *Iets over sommige eigenaardigheden van ons oog.*

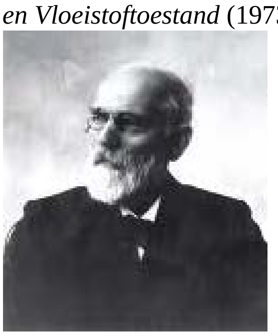
NUMMER 2
SOORT Handgeschreven brief van vier pagina's
VAN Van der Waals[3]
DATUM Groesbeek, 09-09-1892
ARCHIEF TRL, FLMD
INHOUD Deze brief lijkt een antwoord op een aantal vragen van P, die voor zijn doctoraalexamen studeerde. VdW antwoordt en heeft het over 'de door U genoemde punten'; waarschijnlijk heeft P hem schriftelijk benaderd. Het onderwerp: de befaamde plooivlakken, waar P kennelijk een mening over heeft geuit.
VdW is vriendelijk in zijn commentaar. In grote lijnen is hij het met de opmerkingen van P eens en hij stuurt nadere literatuur (experimentele resultaten van Kuenen) mee. Stelt P gerust over tentamen. Wil er best nog eens over verder praten. Hoopt dat P er zich later (dissertatie?) verder in zal verdiepen. De brief is geschreven anderhalve maand voor P's doctoraalexamen.

Groesbeek, 9 September 1892

Amice,

Mijn molekulairtheorie is schetsmatig geschreven. Veel van de behandelde punten eischen zorgvuldige uitwerkingen en kunnen dit eerst ondergaan, wanneeer er meer experimentele gegevens zijn.
Zoo o.a. met met de kwestie van paragraaf [m.i. paragraafteken] *19. Ik heb deze kwestie naar aanleiding van proeven van Alenegens[?] onderhanden genomen en dit in de laatste college's behandeld. Inderdaad kunnen de beide gevallen voorkomen, nl. het verdwijnen van de lengtephase; en het terugtrekken – zóó dat de lengtephase in de dwarsplooi verdwijnt.*
Ook de andere der door U genoemde punten zijn niet door enkele opmerkingen op te helderen

[3] Johannes D. van der Waals (1837-1923) werd beroemd door zijn dissertatie *Over de Continuïteit van de Gas- en Vloeistoftoestand* (1973).



Johannes Diderik van der Waals
Hij werd de eerste natuurkundehoogleraar van de Universtiet van Amsterdam. Verder ontdekte hij de 'Wet van de overeenstemmende fasen'. In zijn theorie van faseovergangen en mengsels spelen de in de brief genoemde 'plooipunten' een belangrijke rol. De theorie van de plooipunten werd nader uitgewerkt door de wiskundige Diederik J. Korteweg, met wie Postma later nog zou corresponderen over zaken uit de kansrekening.

– en gaarne stel ik mij beschikbaar U, als gij eens mondeling met mij er over handelen[?] wilt, er het een of ander van mede te deelen.
Dat de dwarsplooi zijn plooipunt niet heeft aan het uiteinde maar op een der zijden der kleine volumes is nu naar aanleiding mijner theorie door dr. Kuenen[4] proefondervindelijk aangetoond. Ik zend u ter inzage nevensgaand[?] proces-verbaal. Wil het mij s.v.p. terugzenden.
Al deze punten moeten nader onderzocht worden. Zij zijn meer te beschouwen nog als middel tot onderzoek dan als afgedane zaken.
Op een tentamen zullen zij u geen last veroorzaken. Het zou mij aangenaam zijn als zij u genoeg interesseerden om later tot punt van studie voor u te worden.[5]

---

[4] Johannes P. Kuenen (1866-1922) promoveerde bij in 1892 bij H. Kamerlingh Onnes en werd na een periode in Engeland in 1906 hoogleraar in Leiden. Hij kon met experimenten aan binaire mengsels de theorie van Van der Waals bevestigen.

Johannes Petrus Kuenen

[5] Postma legde op 22 mei 1889 met in een commissie van zes o.a. Van der Waals, Korteweg en Van't Hoff zijn kandidaatsexamen af. Op voorstel van Van der Waals kreeg hij *cum laude* (4 stemmen voor en 2 tegen). De chemicus Van 't Hoff (1852-1911; Nobelprijs 1901) stemde tegen vanwege 'onvoldoende kennis in mineralogie en minder voldoende kunde in anorg. chemie en practische chemie. Van der Waals zag klaarblijkelijk toen al wat in Postma. Op 18 oktober 1892 legde Postma het eerste gedeelte van zijn doctoraalexamen af. Als opdracht kreeg hij een opgave mee om in de met vloeistof gevulde tussenruimte van twee oneindig lange concentrische kokers stroomlijnen en druk te berekenen. Op 25 oktober 1992 legde hij, met opnieuw Van der Waals en Korteweg in de commissie, het tweede gedeelte van het doctoraalexamen af. (Zie Stadsarchief van Amsterdam, verslagen van de faculteit wis- en natuurkunde.)

Jacobus Henricus van 't Hoff

De opmerking in de brief lijkt een suggestie voor een promotieonderzoek. Het is opvallend dat Postma hier

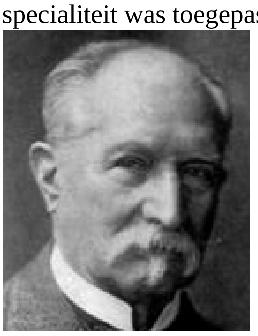
Ook het mathematische gedeelte eischt nader onderzoek. Prof. Korteweg[6] heeft het geval van symmetrie aan een nauwkeurig onderzoek onderworpen en de uitkomsten van dezen arbeid strekken om te doen vermoeden dat in de gevallen waarin logische bewijzen ontbreken een waarschijnlijke gissing gemaakt is.

Na groeten, t.t.,
VdW

---

uiteindelijk niet voor gekozen heeft, maar voor een zuiver theoretisch onderzoek over straling. Frans Steenmeijer suggereert financiële redenen (Postma wilde na het voortijdig overlijden van zijn vader snel goede inkomsten verwerven om het gezin van zijn moeder te ondersteunen). En voorts dat hij toch meer een theoreticus was, hetgeen uit latere publicaties ook is gebleken. Zie het artikel van Frans Steenmeijer in het tijdschrift Wjerklank van het Obe Postma Selskip, nummer 7, p. 3-8, (2010).

[6] Diederik J. Korteweg (1848-1941) werd in 1981 hoogleraar wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam. Zijn specialiteit was toegepaste wiskunde.



Diederik Johannes Korteweg

NUMMER 3
SOORT Handgeschreven brief van twee pagina's
VAN Van der Waals
DATUM Amsterdam, 02-04-1894
ARCHIEF TRL, FLMD
INHOUD Korte brief (VdW sukkelt met zijn gezondheid) ter aanmoediging: het wordt zeker een goede dissertatie. Een paar problemen, waar P zijn raad over heeft gevraagd kan VdW nu niet oplossen. Hij informeert naar P's benoeming aan een hbs. Niet in Haarlem maar in Tilburg?

Amsterdam, 2 April 94

Amice,

Met veel belangstelling heb ik de twee mij toegezonden cahiers ingezien.
En het onderwerp schijnt mij goed gekozen en de behandeling door U goed ondernomen.
Ik heb nog geen tijd gehad om te zien in hoever ik U bij de moeielijkheden waarop gij stuit wenken zou kunnen geven, ter oplossing van die bezwaren.
Ik ben nog altijd met mijn gezondheid sukkelend – en moet voorzichtig zijn met inspannenden arbeid.
Daarom kan ik U op het oogenblik niet anders gerieven dan door aanmoediging om met uw werk voort te gaan – en ik twijfel niet of verder nadenken zal U nog een eind verder doen gaan.[7]
Maar in elk geval acht ik het zeker dat uw werk zal opleveren een goede dissertatie.
Schrijf mij eens hoe het met ene betrekking staat. Ik heb uit de courant gezien dat gij voor Haarlem hebt bedankt. Zijt gij nu definitief in Tilburg geplaatst?
Ik zal Uw cahiers nog een paar dagen houden en ze dan terug zenden – misschien met enkele opmerkingen.
tt,
VdW

[hjirnei brieven fan 8.4 en 27.4 1894 mei oanwizings foar it proefskrift. Dan in lange brief fan Lorentz fan 1-3 juny 1894 (UB Leiden) mei ophelderingen en oanmoedigings. Dan wer trije fan Van der Waals fan 17.8 en 28.9 1894 en fan 21.1.1895. As lêste ien fan D. Korteweg oer de stellingen d.d. 29.1. 1895. Hy sil wol opponearje moatte om de tiid fol te krijen]

---

[7] De promotie van Postma zou op 16 februari 1895 plaatsvinden, nog geen jaar na deze aanmoedigende woorden.

NUMMER 4
SOORT Handgeschreven brief van drie pagina's
VAN Van der Waals
DATUM Amsterdam, 08-04-1894
ARCHIEF TRL, FLMD
INHOUD VdW maakt P attent op experimenten van Dewar[8], die als exponent in de wet[9] van Stefan[10]-Boltzmann[11] niet 4 vindt maar 3,6. Zou dat komen, vraagt hij zich af, omdat

---

[8] James Dewar (1842-1923) maakte in 1898 als eerste waterstof vloeibaar., daarmee Kamerlingh Onnes verslaand, die hem vervolgens te vlug af was bij het vloeibaar maken van Helium in 1908.

James Dewar

Heike Kamerlingh Onnes (1853-1926; Nobelprijs 1913) was een van de eerste leerlingen van de hbs in Groningen, waar Postma later leraar werd.

Heike Kamerlingh Onnes

Dewar ontwikkelde het naar hem genoemde dubbelwandige (bijna vacuüm om warmteverlies te voorkomen) Dewarvat, onze thermosfles, om vloeistoffen langdurig koud (of warm) te houden.

[9] De totale straling I (Joule.s^{-1}.m^{-2}) vanaf het oppervlak van een zwarte straler (absorbeert alle straling en straalt deze uit volgens een formule, afhankelijk van de golflengte λ en de absolute temperatuur T). wordt gegeven door de wet van Stefan-Boltzmann: $I=\sigma T^4$. De constante is later berekend als: $\sigma=2\pi^5k^4/15c^2h^3$, met T de absolute temperatuur, k de constante van Boltzmann, c de lichtsnelhied en h de constante van Planck.

[10] Joseph Stefan (1835-1893) leidde de stralingswet in 1879 af op basis van experimentele gegevens.

Dewar ten onrechte de geleiding van het glaswerk niet in rekening heeft gebracht? De brief is niet ondertekend, maar het handschrift is onmiskenbaar van VdW. Onderaan de brief zijn wat berekeningetjes van P te lezen, waarmee hij de berekening van VdW tracht te controleren.

Amsterdam, 8 April 1894

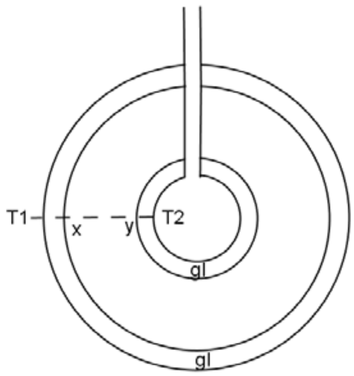
Amice,

Ik maak u opmerkzaam op een onderzoek van Dewar (Prof. Royal Institution Gr. Britain Januari 20 1893) omtrent een straling[?] bij lage temperaturen - waaruit ten ruwe berekend zou volgen $T^{3,6}$.
Meer[?] naar aanleiding ook van dit onderzoek vraag ik (ik ben zelf niet voldoende op de hoogte van hetgeen daaromtrent gedaan is) is de invloed der slechte geleiding van de glasdeelen[?] in rekening gebracht? Het gaat toch maar niet als aan de buitenzijde T_1 *is ook aan de binnenzijde van het glas de temperatuur* T_1 *te stellen.*
De uitstraling heeft plaats bij temperaturen niet T_1 *en* T_2, *maar x en y.*


Joseph Stefan

[11] Ludwig Boltzmann (1844-1906), een leerling van Stefan, leidde de stralingswet theoretisch op thermodynamische gronden af in 1884.


Ludwig Boltzmann



[De figuur geeft een thermometer in een bolvormig glazen vat weer (gl=glaslaag). De buitentemperatuur is T_1, de binnentemperatuur T_2. De temperaturen waarbij de straling wordt uitgezonden zijn x en y.]

Ik zal dit door het geval van // [evenwijdige] platen met een voorbeeld toelichten.

T_1 ______________________
x ______*gl*_________________ d_1

y _______________________
T_2 ______*gl*________________ d_2

$$w = \frac{\kappa_1}{d_1}(T_1 - x) = \sigma(x^4 - y^4) = \frac{\kappa_2}{d_2}(y - T_2) \qquad (1)$$

$$Stel \quad \frac{\kappa_1}{d_1} = \frac{\kappa_2}{d_2} = \kappa \qquad (2)$$

$$x = T_1 - \frac{w}{\kappa} \qquad y = T_2 + \frac{w}{\kappa}$$

$$w = \sigma\left\{(T_1 - \frac{w}{\kappa})^4 - (T_2 + \frac{w}{\kappa})^4\right\}$$

bij benadering als $\frac{w}{\kappa}$ *klein is*

$$w = \sigma\left\{T_1^{\,4} - T_2^{\,4} - 4\frac{w}{\kappa}(T_1^{\,3} + T_2^{\,3})\right\} \qquad (3)$$

$$w = \sigma \frac{T_1^{\,4} - T_2^{\,4}}{1 + 4\frac{\frac{w}{\kappa}(T_1^{\,3} + T_2^{\,3})}{T_1^{\,4} - T_2^{\,4}}} \qquad (4)$$

{Toelichting: Hierin is w de passage van de energie (in $Jm^{-2}s^{-1}$). Voor de passage van de warmte door het glas (diktes d_1 en d_2) gebruikt VdW. de Wet van Fourier w=κ.(ΔT/Δd), met de warmtegeleidingscoëfficiënt κ en de temperatuurgradiënt ΔT/Δd in het glas. Aangenomen dat er een netto energiestroom naar beneden is, geldt dat de energiestroom door het bovenste glas (van T_1 naar x) gelijk is aan het verschil tussen de twee stralers, bij temperaturen x en y; evenzo is deze stralingsstroom gelijk aan de energiestroom door het onderste glas (van y naar T_2). Zie vergelijking (1). VdW. Veronderstelt de energiestroom (in $Js^{-1}K^{-1}$) in beide glaslagen gelijk. Zie (2). In (3) neemt VdW. alleen de eerste twee termen in de in de uitwerking van de 4[de]-machten mee. In de noemer van (3) schrijft VdW. per vergissing σ i.p.v. w en vergeet hij T_1^4-T_2^4 in de benadering (voor kleine δ) a–δb=a(1–δb/a)≈a/(1+ δb/a). Omdat de noemer groter is dan 0, kan het volgens VdW. zijn dat Dewar een exponent suggereert kleiner dan 4. Het is verrassend om te lezen hoe VdW een ideetje snel met enkele formules uitwerkt. Zijn kennis van de heersende stralingstheorie was groot.}

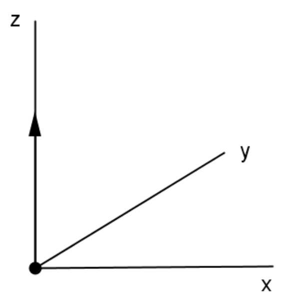
Kan dit geen[?] rekenschap geven dat w niet zo sterk toeneemt als T_1^4 - T_2^4.
Telkens als de warmte zich door glas heen een weg moet banen en dus κ klein is, zal een dergelijke correctie zeker moeten aangebracht worden.
Nu vermoed ik wel dat in wat nog volgen moet gij dit zelf wel zult opmerken.
't Is alleen bij mij opgekomen om te verklaren dat Dewar niet 4 maar ruim 3 vindt.

NUMMER 5
SOORT Handgeschreven brief van drie pagina’s
VAN Van der Waals
DATUM Amsterdam, 27-04-1894
ARCHIEF TRL, FLMD
INHOUD Kennelijk reageert VdW op een concept van (het eerste deel) van het proefschrift. Hij corrigeert P op een tweetal punten. De gehele brief is zeer moeilijk te lezen. Veel woorden zijn met onzekerheid getranscribeerd. Ook de formules zijn zeer onduidelijk. Enkele zijn daarom weggelaten.

Amsterdam, 27 April 1894

Amice,

Ik meen in uw beschouwingen een paar dwalingen op te merken,
nl. in de eerste plaats de voorwaarden aan een grensvlak.
Zoowel voor de magnetische als voor de electrische krachten is niet de eisch dat die krachten zelven continu zijn. Dit geldt alleen voor de componenten // [evenwijdig aan het] grensvlak.
Voor de component └ [loodrecht op het] grensvlak is de eisch:
{Formules te onduidelijk}.
Ten tweede ‘uit de afwezigheid van kracht aan het oppervlak mag niet besloten worden tot de afwezigheid in de ruimte’.



Laat een gepol[ariseerde] straal met el[ectrische] component // {evenwijdig aan de} z-as langs de x-as invallen.
Dan is $R_i=A.\sin 2\pi(t/T+x/\lambda)$.
Is de wand volkomen spiegelend, dan komt er een teruggekaatste straal
$R_u=-A.\sin 2\pi(t/T.-x/\lambda)$.
De resultante is $R=2A.\cos 2\pi t/T.\sin 2\pi x/\lambda$.
Aan den wand is R=0, maar in de buiken is R=2A.
Brengt gij dit in rekening dan zal de energie[?] wel/niet[?] dubbel gevonden worden.

Verder is [zal?] aan den wand de magn[etische] kracht maximaal[?] moeten zijn. Want voor den invallenden en uitvallenden straal liggen de magn[etische] kn[open?] aan dezelfde zijde, gelijk op verschillende, zelfs elementaire, wijzen is in te zien.
Voor de totale energie hebben wij $\int dx\{u(P^2+Q^2+R^2)+\mu(\alpha^{2+}\beta^{2+}\gamma^2)\}$ *te nemen.*
Verdwijning[?] van energie door den spiegelwand is er niet omdat de electr[ische] knoop[?] 0 is en het minimum ons[?] [???] in dat geval $d\varepsilon/dt=0$ *oplevert.*
Als gij de zaak nu nog eens bekijkt, zal uw kunnen, dat mij in uw laatste schrijven wel spreekt, hoop ik wel voldoende[?] zijn.

tt,
VdW

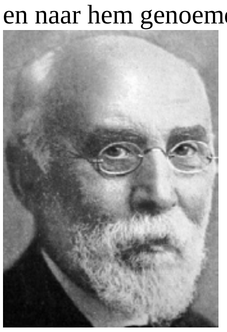
NUMMER 6
SOORT Handgeschreven brief van achttien pagina's
VAN Lorentz[12]
DATUM Leiden, 01/03-06–1894
ARCHIEF UBL
INHOUD P moet L om advies hebben gevraagd. Het gaat over de verhouding van de elektrische en de magnetische component van een lichtstraal die deels gebroken wordt en deels teruggekaatst. Wat precies het probleem is, wordt uit het antwoord van Lorentz niet duidelijk. Lorentz begint met een bemoedigend 'Ik geloof dat ik uw bezwaar wel uit de weg kan ruimen'. Opvallend is dat het schrijven van de brief zich over drie dagen uitstrekt (1 – 3 juni) en de zorgvuldige manier waarop Lorentz zijn betoog formuleert. Tegen het einde van zijn brief kiest hij een redenering, die hij even later niet productief vindt. Met een groot kader en 'Niet noodig' geeft hij dat aan. Wellicht heeft P na de brief van VdW van 27-04-1894 met kritiekpunten op een concept van zijn proefschrift, die ook handelde over de magnetische en elektrische krachten en veldcomponenten, maar vrijwel onleesbaar en misschien ook niet helemaal helder was, de hulp gezocht van Lorentz. Hij zal hier de toestemming/advies van VdW voor hebben gehad.
Het is verrassend om te lezen hoe L zich in het probleem heeft ingewerkt en hoe hij als een ware leraar de gehele berekening stap voor stap, met alternatieven, uitvoert. Dit geheel in lijn met zijn adagium: *Als iets de moeite waard is om gedaan te worden, is het de moeite waard om goed gedaan te worden.*

Leiden, 1-3 Juni 1894

Zeer geachte Heer,

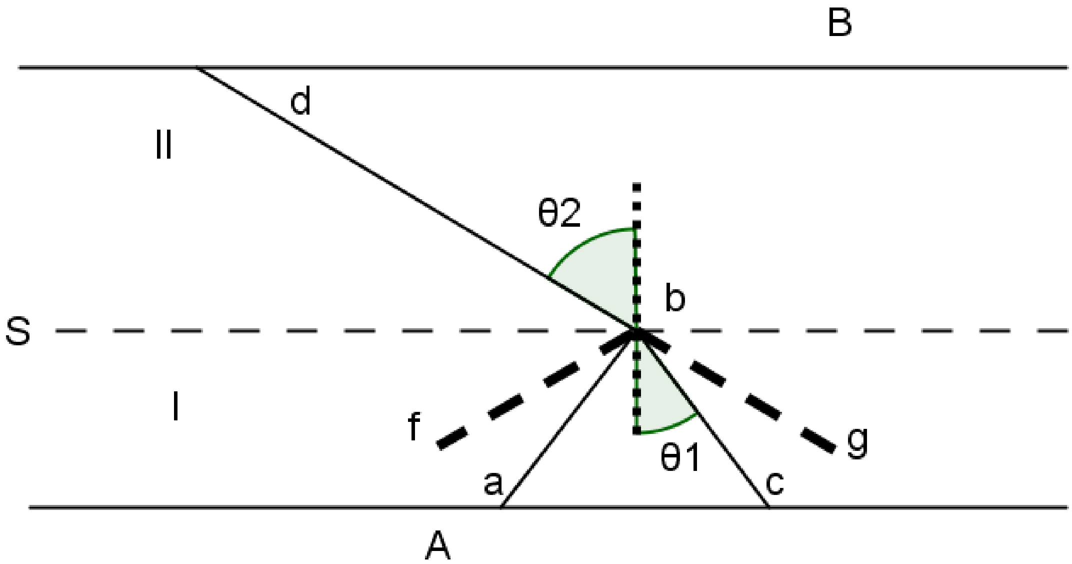
Ik geloof dat ik Uw bezwaar wel uit den weg kan ruimen. Daarbij zal ik, wat natuurlijk aan de

[12] Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) werd in 1878 hoogleraar theoretische natuurkunde in Leiden en ontving, samen met Pieter Zeeman in 1902 de Nobelprijs voor de theoretische verklaring van het door Zeeman ontdekte en naar hem genoemde Zeemaneffect, de splitsing van spectraallijnen onder invloed van een magnetisch veld.



Hendrik Antoon Lorentz

zaak niets verandert, de spiegelende zijwanden van de cilinder weglaten; ik zal nl. twee lagen I en II van de



twee stoffen beschouwen, die door 't vlak S gescheiden zijn, maar zich zijdelings tot in 't oneindige uitstrekken. A en B zijn volkomen zwarte vlakken. A, B en S evenwijdig aan elkaar. Van al de stralen die I doorkruisen loopen er een gedeelte naar boven, en dit zijn natuurlijk de stralen die door A worden uitgezonden. Ik beschouw daarvan de groep die van de vlakte-eenheid van A uitgaan en binnen een zekeren oneindig kleinen kegel vallen, kegelopening $d\omega_1$, hoek met de normaal op A: θ_1. Volgens de door u aangevoerde stelling voeren deze stralen per tijdseenheid weg een energie:

$$\frac{C}{v_1^2}\cos\theta_1 d\omega_1,$$

waarin C onafhankelijk van den aard van 't medium is.
Daar nu deze energie zich bevindt in eene ruimte ,

$$v_1\cos\theta_1,$$

is de dichtheid der energie, voorzover zij behoort bij de beschouwde stralengroep

$$\frac{C}{v_1^{\,3}}\,d\omega$$

en voor zoover zij behoort bij alle van A komende stralen

$$\frac{C}{v_1^{\,3}}\int d\omega = \frac{2\pi C}{v_1^{\,3}}.$$

Had men nu alleen met het medium I te doen, en was dit aan de bovenzijde begrensd door een volkomen zwart vlak // A, dan zou men eveneens van de dichtheid der energie die bij de naar beneden gaande stralen behoort vinden

$$\frac{2\pi C}{v_1^{\,3}},$$

en dus voor de geheele dichtheid:

$$\frac{4\pi C}{v_1^{\,3}}.$$

Het leidt dus geen twijfel dat, wanneer men van elkander gescheiden, en telkens tusschen twee volkomen zwarte vlakken (en bij dezelfde temperatuur) de media I en II heeft, de dichtheden der energie zich zullen verhouden als

$$\frac{1}{v_1^{\,3}} \quad en \quad \frac{1}{v_2^{\,3}}.$$

De vraag is nu echter of dat ook doorgaat als de twee stoffen, zooals in de figuur, met elkander in aanraking zijn. Ging 't niet door, dan zou 't er met de tweeden wet der warmtetheorie slecht uit zien (daar men dan in een zelfde lichaam bij dezelfde temp[eratuur] nu eens deze en dan eens gene dichtheid der energie zou hebben), maar gelukkig kan men aantoonen dat de betrekking wel blijft bestaan.
Vooreerst merk ik op dat de stralen die in onze figuur in de stof I naar boven gaan niets met II te maken hebben; de dichtheid der energie van deze stralen is dus nog dezelfde als vroeger. Maar welke stralen gaan thans in I naar beneden? En wel, in ‘t bizonder, welke doen dit zoo dat zij binnen een oneindig smallen kegel $d\omega_1$ vallen, waarvan de as bc een hoek θ_1 met de normaal maakt? In die richting loopen twee groepen stralen: 1^o die welke van A afkomstig zijn, en door S teruggekaatst werden, 2^o die, welke door B werden uitgezonden en aan S

werden gebroken. Zullen de stralen de goede richting verkrijgen dan moeten die van de eerste groep A hebben verlaten volgens ab onder een hoek θ_1, en binnen een kegel, waarvan de opening =$d\omega_1$ is; die van de tweede groep hebben B moeten verlaten volgens db onder een zekeren hoek θ_2 en binnen een zekeren kegel $d\omega_2$. Volgens de wet der breking is:

$$\sin\theta_1 : \sin\theta_2 = v_1 : v_2$$

en

$$d\omega_1 : d\omega_2 = \sin\theta_1 d\theta_1 : \sin\theta_2 d\theta_2 = \frac{v_1{}^2}{\cos\theta_1} : \frac{v_2{}^2}{\cos\theta_2} \quad \ldots\ldots (1)$$

Wij beschouwen nu voor een oogenblik onder de genoemde stralen alleen die, welke // invalsvlak gepolariseerd zijn en een bepaalde trillingstijd T hebben, of, beter, tusschen T en T + dT. De intensiteit van een der bundels (steeds uitgaande van de eenheid van A, B of S) weten [meten?] wij door de hoeveelheid energie die in den bundel per tijdseenheid wegloopt. Wij kunnen van de intensiteit der stralen, die van A zoo uitgaan dat zij na de terugkaatsing door S de gewenschte richting hebben en waarvan de trillingstijd T is, schrijven:

$$\frac{C'}{v_1{}^2}\cos\theta_1 d\omega_1,$$

waarbij C' in plaats van C is geschreven, omdat wij ons tot één trillingstijd bepalen (Klaarblijkelijk is dus, over alle trillingstijden uitgestrekt, $\Sigma C' = C$.) en van de intensiteit van het deel dezer stralen dat // invalsvlak gepolariseerd is

$$\frac{C'}{2v_1{}^2}\cos\theta_1 d\omega_1,$$

(daar de door A uitgezonden stralen niet gepolariseerd zijn).
Van deze intensiteit wordt nu langs bc teruggekaatst een gedeelte

$$a_{1.1}\frac{C'}{2v_1{}^2}\cos\theta_1 d\omega_1, \ldots\ldots (2)$$

waarbij $a_{1.1}$ een zekere terugkaatsingscoëfficiënt is.
Op dezelfde wijze kan men schrijven voor de intensiteit der stralen die door B worden

uitgezonden in richtingen die oneindig weinig van db afwijken, en die na de breking aan S in de richting bc, of liever binnen den gekozen kegel $d\omega_1$ loopen,

$$\frac{C'}{2v_2{}^2}\cos\theta_2 d\omega_2$$

en voor 't aandeel dezer energie dat in I overgaat,

$$a_{2.1}\frac{C'}{2v_2{}^2}\cos\theta_2 d\omega_2 \text{ …… (3)}$$

De notatie $a_{2.1}$ zal duidelijk zijn; eveneens de beteekenis die men aan de teekens $a_{1.2}$ en $a_{2.2}$ zou hebben te hechten.
De totale energie die zich langs bc voortplant is de som van (2) en (3), of, tengevolge van (1)

$$(a_{1.1}+a_{2.1})\frac{C'}{2v_1{}^2}\cos\theta_1 d\omega_1 \text{ …… (4)}$$

Behandelt men op dezelfde wijze het deel der stralen dat └ {loodrecht op het} invalsvlak gepolariseerd is, dan vindt men , als men de daarbij te pas komende coëfficiënten door $b_{1.1}$, enz. voorstelt in plaats van (4):

$$(b_{1.1}+b_{2.1})\frac{C'}{2v_1{}^2}\cos\theta_1 d\omega_1 \text{ …… (5)}$$

De waarde der coëfficiënten a en b kan uit de bekende theorie der terugkaatsing en breking worden afgeleid, en men vindt dan:

$$a_{1.1}+a_{2.1}=1 \quad en \quad b_{1.1}+b_{2.1}=1.$$

Men kan dit nog eenvoudiger afleiden door op te merken, dat volgens een bekend theorema van wederkerigheid

$$a_{2.1}=a_{1.2} \quad , \quad b_{2.1}=b_{1.2}$$

en volgens de wet van 't behoud van arbeidsvermogen

$$a_{1.1}+a_{1.2}=1 \quad , \quad b_{1.1}+b_{1.2}=1$$

is.

De uitdrukkingen (4) en (5) worden dus beide:

$$\frac{C^{'}}{2v_1^{\ 2}}\cos\theta_1 d\omega_1 \,,$$

juist wat men zou hebben als de tweede stof er niet was en de eerste zich tot aan 't vlak B uitstrekte. Daarmede is de quaestie opgelost.
Waar nu in de door U gebezigde redeneering eene fout schuilt behoef ik wel niet uitvoerig aan te wijzen. Vooreerst moet men steeds de kegelopeningen $d\omega_1$ en $d\omega_2$ invoeren; zelfs wanneer de as der kegels loodrecht op 't grensvlak staat zijn die niet aan elkander gelijk.[13] *En ten tweede is 't niet juist, dat, wanneer men de energie in twee deelen, de electrokinetische en de electrostatische, splitst, verschillende verhoudingen zouden bestaan tusschen de waarden die 't eene deel aan weerskanten van 't grensvlak heeft, en de waarden die 't andere deel daar verkrijgt. Dit volgt reeds hieruit dat in elk medium en bij iedere lichtbeweging, in eene ruimte die vele golflengten bevat, de electrokinetische en de electrostatische energie aan elkander gelijk zijn. Men kan het intusschen ook uit eene aandachtige beschouwing van de terugkaatsing afleiden.*
Ik heb in der tijd in mijn dissertatie[14] *de bewegingsvergelijkingen op de wijze afgeleid, die v. Helmoltz*[15] *aangegeven heeft. Tegenwoordig geef ik er de voorkeur aan, de echte theorie van Maxwell*[16] *te volgen, o.a. omdat men hierbij niet de moeilijkheden heeft die uit het optreden*

---

[13] P heeft klaarblijkelijk de ruimtehoekjes $d\omega_1$ en $d\omega_2$ gelijk aan elkaar genomen. Doordat het hier gebroken stralen zijn, geldt die gelijkheid niet.
[14] L promoveerde in 1875 in Leiden bij Petrus L. Rijke op het proefschrift *Over de theorie der terugkaatsing en breking van het licht.* Een betere steun kon P bij dit probleem dus niet krijgen.
[15] Hermann von Helmholtz (1821-1894) was een Duits medicus en fysicus, die het elektromagnetisme bestudeerde.

Hermann von Helmholtz
[16] James C. Maxwell (1831-1879) was een Schots fysicus, die de naar hem genoemde vier fundamentele vergelijkingen van het elektromagnetische veld opstelde. Hij leidde in de kinetische gastheorie de

van ε_0[17] voortvloeien. Ik zou U aanraden 't zelfde te doen en dus b.v. uit te gaan van de eenvoudige vergelijkingen, die Hertz[18] heeft opgesteld (Wied.[19] Ann. 40, p.577). Voor een isotropen niet-geleider is volgens hem [form. (4a) en (4b)]

$$A\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \text{ enz.}$$
$$A\varepsilon \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}, \text{ enz.}$$

hetgeen voor de voortplantingssnelheid geeft:

$$v = \frac{1}{A\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

---

snelheidsverdeling van gasmoleculen af: de latere Maxwell-Boltzmannverdeling.

James C. Maxwell en Heinrich R. Hertz op een Mexicaanse postzegel

[17] De permittiviteit of diëlektrische constante ε en de magnetische permeabiliteit μ komen voor in de vier Maxwellvergelijkingen. De elektromagnetische golven in een medium hebben een snelheid cm=1/√(εμ). In het vacuüm (index 0) krijgen we de lichtsnelheid c=1/√($\varepsilon_0\mu_0$).

[18] Heinrich R. Hertz (1857-1894) was een Duits fysicus, die in 1886 het bestaan van elektromagnetische golven aantoonde.


Heinrich Hertz

[19] Annalen der Physik, toen, naar de hoofdredacteur Wiedemann, ook afgekort als de Wied. Ann.

Stel nu dat een lichtbundel met electrische trillingen // y-as loodrecht invalt op een grensvlak └ x-as.
Dan kan men van 't invallende licht schrijven:

$$X_1 = Z_1 = 0,\ Y_1 = a_1 \cos\frac{2\pi}{T}(t - A\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,x)$$
$$L_1 = M_1 = 0,\ N_1 = -a_1\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\cos\frac{2\pi}{T}(t - A\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,x),$$

van het teruggekaatste licht:

$$Y_1' = a_1'\cos\frac{2\pi}{T}(t + A\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,x)$$
$$N_1' = a_1'\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\cos\frac{2\pi}{T}(t + A\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,x),$$

en va het doorgelaten licht:

$$Y_2 = a_2\cos\frac{2\pi}{T}(t - A\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\,x),$$
$$N_2 = -a_2\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\cos\frac{2\pi}{T}(t - A\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\,x).$$

De grensvoorwaarden (8a) en (8b) van Hertz geven

$Y_1 + Y_2' = Y_2$ *Niet noodig*

en

$N_1 + N_1' = N_2,$

en dus:

$$a_1' = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}}\,a_1,\quad a_2 = \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}}\,a_1$$

Men vindt nu gemakkelijk uit de waarden

$$\frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)+\frac{\mu}{8\pi}(L^2+M^2+N^2),$$

die Hertz voor de energie opgeeft dat in het tweede medium de electrostatische energie per volume-eenheid bedraagt

$$\frac{\varepsilon_1}{8\pi}(Y_1+Y_1')^2,$$

dus in eene laag die de eenheid van het grensvlak tot basis en de golflengte λ_1 tot dikte heeft:
.

$$\frac{\varepsilon_1}{8\pi}\int_{-\lambda_1}^{0}(Y_1+Y_1')^2\,dx \;\ldots\ldots\; (6)$$

Uit de waarden van Y_1 en Y_1' leidt men af:

$$\int_{-\lambda_1}^{0} Y_1Y_1'\,dx=\frac{1}{2}\lambda_1\left(\cos^2 2\pi\frac{t}{T}-\sin^2 2\pi\frac{t}{T}\right)$$

en de gemiddelde waarde hiervan over een trillingstijd is 0, zoodat men, als men zich tot deze gemiddelde waarde bepaalt, voor (6) mag schrijven

$$\frac{\varepsilon_1}{8\pi}\int_{-\lambda_1}^{0}(Y_1^{\,2}+Y_1'^{2})\,dx \;\ldots\ldots\; (7)$$

en dus de energie die bij 't invallende en 't teruggekaatste licht behoort eenvoudig heeft op te tellen. Voor de gemiddelde waarde van (7) over een tijd T vindt men verder:

$$\frac{\varepsilon_1}{16\pi}(a_1^{\,2}+a'^2)\lambda_1 \;\ldots\ldots\; (8)$$

De overeenkomstige waarde voor 't doorgelaten licht is:

$$\frac{\varepsilon_2}{16\pi}a_2^{\,2}\lambda_2 \;\ldots\ldots\; (9)$$

Op dezelfde wijze kan men de electrokinetische energie beschouwen. In plaats van (6) en (7) komt nu:

$$\frac{\mu_1}{8\pi}\int_{-\lambda_1}^{0}(N_1 + N_1')^2\,dx$$

en

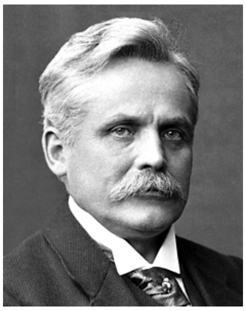
$$\frac{\mu_1}{8\pi}\int_{-\lambda_1}^{0}(N_1^{\,2} + N_1'^{\,2})\,dx,$$

waardoor men komt tot eene waarde gelijk aan (8), terwijl voor de overeenkomstige waarde der electrokinetische energie in het tweede medium weder de uitdrukking (9) geldt. Er is dus geen sprake van dat de electrokinetische energie in eene andere verhouding over de twee middenstoffen verdeeld zou zijn als de electrostatische.
Dit bewijs geldt voor de waarden der energieën in eene laag van de dikte λ en dus ook in ruimten, die vele malen de golflengte bevatten; alleen met deze waarden heeft men natuurlijk in de vraagstukken die U bezighouden te rekenen. <u>In een bepaald punt</u> van het eerste medium kan natuurlijk de verhouding tusschen de twee energieën wel eene andere zijn dan in een bepaald punt van het tweede medium.
Gij hebt dit van de onmiddellijke nabijheid van het grensvlak opgemerkt en het verschijnsel kan worden opgehelderd door de overweging dat de bewegingstoestand die in de eerste stof uit het gelijktijdig bestaan van de invallende en de teruggekaatste beweging voortvloeit, iets op staande golven begint te lijken (die men werkelijk zou hebben als a_1'=±a_1 was. Bij staande golven echter vallen de 'knopen' van de electrische kracht samen met de 'buiken' van de magnetische kracht, en omgekeerd. Op sommige plaatsen is dus hier het arbeidsvermogen geheel electrostatisch, op andere geheel electrokinetisch.
Ik heb mij den tijd niet gegund om na te gaan of Wien[20] en Galitzine[?][21] zich werkelijk

[20] Wilhelm Wien (1864-1928) was een Duits natuurkundige, die de warmtestraling van lichamen onderzocht. De verschuivingswet van Wien luidt: λ_{max}=b/T, waarbij λ_{max} gelijk is aan de golflengte waarbij de uitstraling maximaal is van een lichaam met temperatuur T. Hierin is b de constante van Wien. Hij kreeg de Nobelprijs in 1911.

vergist hebben; dit punt mag ik zeker wel aan U overlaten.
Bij mijn beschouwing over het geval waarop mijne figuur betrekking heeft vergat ik nog op te merken, dat aan de eene zijde van S totale terugkaatsing kan plaats hebben. Geschiedt dat met stralen in de richting fb, dan zal zich langs bg al de energie voortplanten, die van A in de richting fb uitging, maar geene energie, die van B afkomstig is. De conclusie, waartoe ik straks gekomen ben, ligt dan onmiddellijk voor de hand.
Wat eindelijk het gedeelte der prijsvraag betreft: 'Is het met de theorie vereenigbaar dat een formule van de uitstraling van alle lichamen denzelfden vorm heeft?', daarin is gedacht aan eene theoretische, niet aan eene empirische formule.
In de hoop, met het bovenstaande aan Uwen wensch voldaan te hebben, en terwijl ik mij gaarne tot verdere opheldering bereid verklaar ben ik, na beleefden groet

Uw dienstw.
H.A. Lorentz


Wilhelm Wien

[21] Prins Boris Borisovitsj Galitzine (1862-1916) was een Russisch fysicus, die in 1906 de eerste elektromagnetische seismograaf uitvond.


Boris B. Galitzine

NUMMER 7
SOORT Handgeschreven brief van één pagina
VAN Van der Waals
DATUM Nassau a/d Lahn, 17-08-1894
ARCHIEF TRL, FLMD
INHOUD Het proefschrift is zowat af. VdW had al eerder gereageerd, maar die brief was: *weggenomen en ten onrechte had ik de hoop dat die op de post bezorgd was*. Begin september zal VdW verder reageren, maar P mag alvast het drukken laten voorbereiden.

Nassau a/d Lahn[22]*, 17 Augustus 1894*

Amice,

Ik heb u al een antwoord op uw vorigen brief geschreven - dien ik te Bad Ems ontving. Maar die brief was kort daarop weggenomen - en ten onrechte (dat blijkt uit uw 2den brief) had ik hoop dat die op de post bezorgd was.
Ik schreef u in dat antwoord dat ik in het begin van Sept. (na 7 Sept.) tehuis ben - en eerst dan den vrijen tijd heb om uw stuk verder in te zien. Maar dat zal ik dan dadelijk doen - en gij zoudt al wel voorbereidende maatregelen voor het drukken kunnen nemen. De stellingen wenschte ik ook dan te ontvangen.

tt
VdW

---

[22] VdW was klaarblijkelijk op vakantie. Nassau aan de rivier de Lahn en Bad Ems liggen in het Duitse Rheinland-Pfalz.

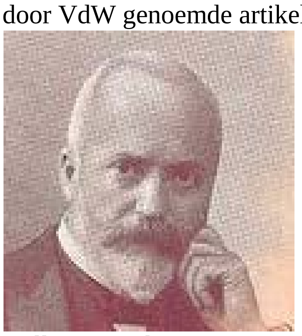
NUMMER 8
SOORT Handgeschreven brief van drie pagina's
VAN Van der Waals
DATUM Amsterdam, 28-09-1894
ARCHIEF TRL, FLMD
INHOUD VdW heeft nog wel wat aanmerkingen. Op taal en stijl(!): 'Gaarne zou ik -in uw belang- zien dat gij die voor het afdrukken nog eens herziet - en door een taalkundige laat nazien (Dit zou bij de correctieproeven kunnen geschieden wat de taalfouten betreft).' Tussen de regels maakt hij P het verwijt dat hij zijn werk interessanter wil maken dan het is. Verder heeft hij het over een stuk van Julius, dat P wèl zou moeten kennen (klaarblijkelijk is het voor de dissertatie relevant). Voorts formaliteiten over de promotie.

Amsterdam, 28 September 1894

Amice,

Ik heb uw manuscript nog eens doorgelezen - en moet eenige aanmerkingen maken.
1e voor taal en stijl. Gaarne zou ik - in uw belang - zien dat gij die voor het afdrukken nog eens herziet - en door een taalkundige laat nazien (Dit zou bij de correctieproeven kunnen geschieden - wat de taalfouten betreft).
Maar verder is er een stuk van Prof. Julius[23] dat gij blijkbaar niet kent en dat toch waard was door u gelezen te zijn. Het is in een minder bekend tijdschrift opgenomen en in zoover is het

[23] Willem H. Julius (1860-1925) werd in 1891 buitengewoon hoogleraar in de natuurkunde aan de Universiteit van Amsterdam en collega van VdW. In 1896 ging hij naar de Universiteit in Utrecht, waar hij veel onderzoek deed aan de zonneatmosfeer. P heeft, wellicht na deze opmerking van VdW, op meerdere punten in zijn proefschrift Julius'werk besproken. In zijn proefschrift verwijst hij in hoofdstuk IV (Bespreking der waarnemingen) naar het proefschrift van Julius uit 1888 (*Het warmtespectrum en de trillingsperioden der moleculen van eenige gassen*). Ook in hoofdstuk V (De wet van Kirchhoff. Straling van gassen) vermeld hij enkele malen Julius, o.a. zijn artikel 'Die Licht- und Wärmestrahlung verbrannter Gase', Berlin, Leonh. Simion, 1890. Dit was een bekroonde bijdrage van Julius aan een prijsvraag uitgeschreven door de *Verein zur Beförderung des Gewerbfleisses* (Vereniging tot bevordering van de nijverheid) in Pruisen. Het is wellicht het door VdW genoemde artikel in het obscure tijdschrift.



Willem H. Julius

niet uw schuld dat het u onbekend is gebleven. Het best doet gij aan Prof. Julius te verzoeken [om] een afdruk - het mijne vind ik op het oogenblik niet. Overigens is het laatste gedeelte minder bevredigend dan het eerste. Daarbij komt gij eigenlijk tot geen uitkomsten.[24] *Kunt gij dit misschien nog eens overwegen - of er niets positievers van te maken is. Vooral het slot klinkt erg weinig beduidend. Maar inmiddels zoudt gij tot drukken kunnen overgaan - wel wenschte ik de schoone proeven ook ter inzage te bekomen - om u nog misschien op bepaalde feilen (zoo die dan nog voorkomen) te kunnen wijzen.*
Uw stellingen zijn nog niet kompleet - en moet gij ook liefst onderwerpen aan Prof. K. en v. P.[25]
De goedkeuring is echter door de wet opgedragen aan den promotor. Ook schrijft de wet voor, dat gij aan de faculteit schriftelijk om een promotor vraagt.[26]
Wat ik door [met?] de stijl bedoel wil ik door een enkel voorbeeld duidelijk maken.[27]
In uw inleiding deelt gij mede dat 1 Mei 1893 in Leiden een prijsvraag[28] *is uitgeschreven.- Dit is dunkt mij alleen ad rem, als uw dissertatie er een antwoord op was.*[29]
Nu dit niet het geval is, vraagt de lezer wat deze bijzonderheid toch voor gewichtigs heeft om door u wereldkundig te worden gemaakt.[30] *Een wijziging in den stijl zou deze vraag niet doen opkomen.*

---

[24] VdW is nogal kritisch over de inhoud van P's dissertatie.
[25] K. zal Kuenen zijn en Van P. Adrianus J. van Pesch (1837-1916), hoogleraar wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam, bekend om zijn studies aan sterftetafels.
[26] Deze aanvrage zal wel strikt formeel zijn. Immers, P staat op het punt zijn dissertatie te laten drukken.
[27] Wat VdW hier met 'stijl' bedoelt, is niet duidelijk. Het daaropvolgende is een inhoudelijk kritische opmerking.
[28] Zie voor de academische prijsvragen in het algemeen: M.J. van Lieburg, *De Academische Prijsvragen, Een inventarisatie en annotatie van de prijsvragen, uitgeschreven door de Nederlandse universiteiten, 1815-1968*, Erasmus Publishing, Rotterdam (2007).
[29] In 1893 werd aan de Universiteit van Leiden een prijsvraag uitgeschreven over uitstraling als functie van temperatuur en golflengte. Het uitschrijven van prijsvragen was sinds 1815 een verplichting van de diverse faculteiten van de universiteiten. De datum van inleveren was 1 mei 1894. Er kwamen geen antwoorden binnen op de prijsvraag. De vragen waren kort gesteld de volgende: -1- Beoordeling van de beschikbare theorieën (oorspronkelijke bijdragen werden op prijs gesteld, maar waren niet noodzakelijk). -2- Het bespreken vanuit een theoretisch oogpunt van de door de Duitse fysicus Heinrich F. Weber (1843-1912). Hierbinnen vielen de volgende aandachtspunten: -a- Theoretisch model over de samenhang tussen de uitwisseling van warmte van een lichaam met temperatuur T_1 binnen een omhulsel van temperatuur T_2 en de uitstralings- en opslorpingsvermogens. -b- Kan er theoretisch een stralingsformule bestaan die dezelfde vorm heeft voor alle lichamen? -c- Kan uit de waarnemingen iets worden afgeleid over de straling van volkomen zwarte lichamen? Niet alle vragen behoeven beantwoord te worden en andere gezichtspunten zijn welkom.
P deed zijn doctoraalexamen op 18 en 25 oktober 1892. Het is aannemelijk dat het onderwerp van P's dissertatie gebaseerd is op de een half jaar later uitgeschreven prijsvraag. Het proefschrift volgt ongeveer de gesuggereerde vragen. De opmerking van VdW dat de dissertatie geen antwoord was op de vragen uit de prijsvraag, en daarom niet in de inleiding thuishoorde, was gezien de voorzichtig gestelde en ruim geformuleerde opdracht, veel te scherp geformuleerd. Het proefschrift, of delen ervan, had zeker kunnen dienen als inzending op de prijsvraag. De vraag of er een medaille of eervolle vermelding aan gekoppeld zou zijn geworden, is natuurlijk niet te beantwoorden.
[30] De zin is niet zonder sarcasme. Er was in de prijsvraag geen sprake van één vraag met één antwoord.

U mijn beste wenschen, ook bij uw nieuwen betrekking[31]*, gevende, blijf ik*
tt
JDvdWaals

[31] P is inmiddels net begonnen als wiskundeleraar aan de hbs te Groningen.

NUMMER 9
SOORT Handgeschreven brief van twee pagina's
VAN Van der Waals
DATUM Amsterdam, 24-01-1895
ARCHIEF TRL, FLMG
INHOUD P heeft zich waarschijnlijk met het werk van Julius beziggehouden. Het zal vermoedelijk gaan over het artikel waar Van der Waals over spreekt in zijn brief van 28–09-1894. Julius heeft 'enkele kleine wijzigingen aangebracht.' Waarin is niet helemaal duidelijk. Op een enkel onderdeel heeft P Julius verkeerd begrepen. Verder vraagt VdW hoe P de verhouding van energiedichtheden met de e.m. lichttheorie kan rijmen. Het lijkt erop dat P die wijsheid heeft gehaald uit Lorentz' brief van juni 1894.

Amsterdam, 24 Januari 1895

Amice,

Prof. Julius heeft hetgeen gij van zijn onderzoekingen zegt op mijn verzoek ingezien en enkele kleine wijzigingen aangebracht.
Maar het vraagteken op pag. 83 beteekent dat gij daar Paschen[32] *verkeerd hebt gelezen en hem in zeker opzicht het omgekeerde laat zeggen van wat hij zegt.*
Op pag. 84 waagt gij u op glad ijs, door aan experimentatoren een raad te geven.[33]
Van 'Misschien is het nog de' enz. tot onder aan de bladzijde komt iets voor dat ten eerste niet volledig is, ten tweede onjuist. Gij vergeet daar dat als er absorptie is, het absorbeerend lichaam ook uitzendt, en consequente berekening leert, dat als het scherm zwart is - de invloed van het scherm wegvalt, door de warmte door het absorb[erend] lichaam

[32] Louis Karl Heinrich Friedrich Paschen (1865-1947) was een Duits fysicus, die werkte aan elektrische ontladingen, waterstofspectraallijnen en stralingsverschijnselen. P meldt in zijn dissertatie dat Paschen de eerste was die gassen door verhitting alleen tot stralen bracht.

Friedrich Paschen

[33] VdW wijst waarschijnlijk op P's opmerking op bladzijde 84 (hoofdstuk V: De Wet van Kirchhoff. Straling van gassen): 'Het zou wenschelijk zijn ook eens de absorptie van gas van verschillende spanning te onderzoeken.' P kwam tot deze aanbeveling op basis van analyse van opvallende resultaten in de experimenten van Paschen en Julius.

uitgezonden. Dat moet gij zelf maar eens zien na te gaan. Ik twijfel niet of gij zult dat vinden.[34]
En eindelijk is mij het laatste gedeelte nog niet duidelijk – wat gij er eigenlijk wilt zeggen. Gij komt tot het besluit dat de dichtheden der energie $(1/v_1^3)/(1/v_2^3)$ *is*[35]*. Op welke wijze toont gij nu aan dat er overeenstemming is met de electromagn[etische] lichttheorie? Dat is mij uit dit stuk niet duidelijk geworden - of ben ik vergeten dat gij het reeds in een ander gedeelte hebt behandeld. Schrijf mij dat dan nog eens.*

In haast,
tt
VdW

---

[34] P lijkt dit stuk uit het manuscript of de drukproeven geschrapt te hebben. Of P met VdW's suggestie nog iets gedaan heeft, is niet duidelijk. VdW was op het gebied van straling niet zo deskundig als Lorentz.
[35] De verhouding van de energiedichtheden van de stralingsenergie in de twee beschouwde aangrenzende media waar VdW naar vraagt, is, waarschijnlijk met hulp van de de brief van 01/03-06–1894 van Lorentz door P afgeleid. P maakt in zijn laatste hoofdstuk (VI, Dichtheid der energie) uitgebreid gebruik van Lorentz' brief.

NUMMER 10
SOORT
VAN Korteweg
DATUM 29-01–1895
ARCHIEF
INHOUD Over de stellingen. Om de tijd te vullen zal Korteweg ook opponeren. {Waar is deze brief? Ik heb hem gezien, maar ben hem kwijt.}

NUMMER 11
SOORT Handgeschreven brief van drie pagina's
VAN Sybrichje Postma-Rinia[36], moeder van Obe
DATUM [Kornwerd?], Zaterdagavond, 16[-02-1895]
ARCHIEF TRL[?]
INHOUD De familieleden waren tot hun spijt niet bij de promotie geweest. Het is de avond van de promotiedag. Moeder P heeft de uitslag nog niet gehoord en maant haar zoon spoedig te schrijven. Zij heeft op de schaats een forse aanrijding gehad met een slee.

Zaterdagavond 16

Beste Obe,

We drinken van avond maar cocolade met het oog op je promotie. 'k Hoop maar dat je het er flink hebt afgebracht. Je dissertatie hebben we ontvangen en natuurlijk met genoegen doorgelezen. Oom Douwe[37] had wel iets heel geleerds verwacht, maar zoo erg had hij het toch niet gedacht. 't Speet hem dat het niet te Leeuwarden of Groningen plaats had, want dan wou hij er bij tegenwoordig geweest zijn. Maar nu was de reishem te groot. Je moet ons spoedig schrijven hoe het is afgeloopen en of je ook zoo erg op je kop hebt gekregen, als die andere[38].
Het ijs wordt gaandeweg minder. Ze zeggen dat de Kornwerder vaart vannacht (door de massa sneeuw, en doordat de sluisdeuren weer open zijn) gezonken is. Ik zou woensdagmiddag even met Tjeerd[39] naar Makkum rijden. 'k Had er nog niet op geweest[40] en

[36] Sybrichje Rinia (1844-1928), moeder van Obe.

Sybrichje Rinia

[37] Douwe Tjeerds Rinia (1835-1912), broer van Obes moeder.
[38] Een onbekende promovendus.
[39] Tjeerd Pieters Postma (1870-1944), broer van Obe.

't was zulk mooi weer. En toen we op de Melkvaart[41] waren, kwam ons een groote slede tegen en de baan is zoo erg smal, dat, dat toen raakte ik geloof ik even met men schaats aan de slee, en viel toen met mijn gezicht op de leuning der slee, waar de mannen aan duwe, en dat kwam zoo erg aan, dat men neus daar liep het bloed zoo maar uit, en ik wist haast niet waar ik was. Ik acht eerst dat ik in de [??] was, maar het deed me vreeslijk zeer, en mijn een oogen was dadelijk zoo dik dat het geheel dicht zat. Ik heb eerst het gezicht maar wat met sneeuw gewasschen tot het bloeden op hield en toen heeft Tjeerd me maar weer thuis gebracht, want ik durfde zoo niet te Makkum komen. En ik kon zoo toch ook niet naar Mein[42] toe gaan, want dan was de jonge vrouw[43] misschien erg van me geschrikt. Dit was ten minste met Lie[s]bet[44] die thuis was, ook al het geval, want ik geleek haast niet meer op mezelf. Het oog is nu niet meer zoo dik, ik kan er nu wel weer goed mee zien, maar ze zijn nu alle beide geheel blaauw en mijn geheele gezicht is nu haast groen en blaauw, het voorhoofd de wang en de boven lip geheel.Ik word haast bang voor me zelf, maar het doet niet zeer, en die kleur daar zal ik nog wel een poos mooi mee wezen. Tjeerd is Dingsdag [??] bij Wiebe[45] gekomen en Woensdag is hij weer naar Sijke[46] gegaan en daar is hij nu nog, dat Wiebe komt zijn kostganger niet zoo heel vaak te zien. Maar waarom hij zich daar besteld[?] heeft dat kan ik me niet begrijpen.
Nu ik verwacht spoedig een klein briefje hoor.
Wees hartelijk van ons allen gegroet.
Ook van uwe liefhebbende

Moeder S. Postma-Rinia


Tjeerd Postma

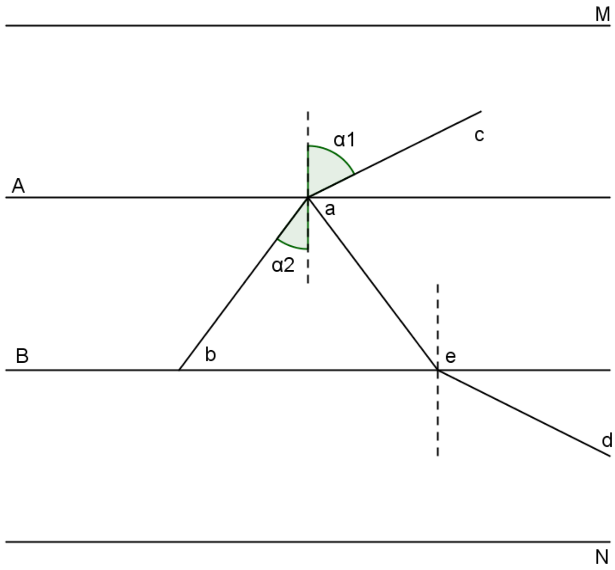
[40] Op de schaats.
[41] De Melkvaart (Fries: Molkfeart) liep niet ver achter de boerderij van de Postma's naar het zuiden door naar Makkum.
[42] Meindertje Postma (1870-1943), zuster van Obe.
[43] Wellicht was Meindertje zwanger.
[44] Liezabet Postma (1874-1967), die in Groningen bij haar broer Obe kwam inwonen en de huishouding deed.
[45] Wellicht Wiebe Cornelis de Boer (1852-1899), neef van Obe en zoon van Hieke Rinia, zuster van Obes moeder.
[46] Onbekend.

NUMMER 12
SOORT Handgeschreven brief van 9 pagina's
VAN Lorentz
DATUM Leiden, 16-04-1895
ARCHIEF UBL
INHOUD Gelukwens met de promotie. Lorentz heeft het proefschrift geheel gelezen. Hij is het niet eens met P's radicale kritiek op Wien (diss. p. 38) en leidt nog even een formule af, waar P op p. 88 niet aan toegekomen is over de verhouding van energiedichtheden van straling voor en na breking. Lorentz stimuleert P om zich verder in de discussie rond Wien te verdiepen.

Leiden, 16 April 1895

Zeer geachte Heer,

Nog altijd verzuimde ik U mijn dank te betuigen voor de vriendelijke toezending Uwer dissertatie en U met Uwe promotie geluk te wenschen. Ik wilde daarmede wachten tot ik de lectuur had kunnen ten einde brengen en eerst thans ben ik er mede gereed gekomen. Met veel belangstelling en genoegen heb ik U in Uwe beschouwingen gevolgd; Uwe kritiek van Wien, om slechts dit te noemen, bewijst, hoe diep gij in het onderwerp zijt doorgedrongen. Natuurlijk blijft er nog heel wat te doen over en ik hoop dat gij lust en tijd zult hebben om deze studiën nog voort te zetten. Zo zou nader overwogen kunnen worden, hoe over Wien's uitkomst te oordeelen is. Op p. 38 lees ik: ”Waarschijnlijk ligt de fout hierin,” enz. Mij dunkt dat men het niet bij een ”waarschijnlijk” behoeft te laten, maar de vraag of in de aangevoerden omstandigheid eene fout schuilt, beslist met ja of neen kan beantwoorden; immers, den invloed van een of ander dun plaatje kan men precies berekenen. Bleek het nu, dat er hier geen fout in 't spel is, dan zou men nog 't bestaan van “volkomen witte” lichamen kunnen betwijfelen; zoo niet, dan is men gedwongen de uitkomst van Wien aan te nemen, en moet dan nog zien (door eene meer gedetailleerde beschouwing) wat er is af te leiden voor het geval dat de wanden volkomen spiegelend zijn. U ziet wel dat ik de gevolgtrekking van Wien nog niet geheel wil verwerpen, en ik zou dan ook niet willen onderschrijven, wat gij zegt: “In elk geval kunnen wij aan de uitkomst van Wien geen waarde hechten.”
Vergun mij ook nog de opmerking dat het, als ik mij niet vergis, toch werkelijk niet moeilijk is, de op p. 88 opgegeven verhouding uit eenvoudige optische wetten af te leiden. Men kan b.v. eene plaat van diathermane stof beschouwen, waarnaast aan weerszijden de ruimte luchtledig is. Stel dat die plaat evenwijdige zijvlakken A en B heeft en dat de dikte zeer goot is in vergelijking met de golflengte.



Laat de ruimte aan weerszijden gevuld zijn met het complex van stralen dat behoort bij volkomen zwarte lichamen van de temperatuur T (laat b.v. M en N dergelijke lichamen zijn).

Beschouw nu de energie die zich in de plaat voortplant in richtingen, die oneindig weinig van ab afwijken, en wel met beperking tot stralen die in 't invalsvlak gepolariseerd zijn, en tot golflengten, die nog juist ver genoeg uiteen liggen om van de "interferentieverschijnselen van dunne plaatjes" te kunnen afzien, maar toch zoo weinig van elkander verschillen, dat met een enkelen reflexiecoëfficiënt kan worden gewerkt. Wegens de over de dikte gemaakte onderstelling is 't een niet met 't ander in strijd.

Zij de opening van den kegel binnen welken zich de stralen bewegen $d\omega_2$. Dergelijke stralen kunnen nu vooreerst ontstaan uit stralen die zich boven de plaat binnen een kegel met eene zekere opening $d\omega_1$ en met de as ca voortplanten. Wanneer α_1 en α_2 de bij elkander behoorende hoeken met de normaal zijn, is

$$d\omega_1 : d\omega_2 = \sin\alpha_1 d\alpha_1 : \sin\alpha_2 d\alpha_2,$$

of, wegens de wet der breking

$$d\omega_1 : d\omega_2 = \frac{\sin^2\alpha_1}{\cos\alpha_1} : \frac{\sin^2\alpha_2}{\cos\alpha_2} \qquad (1)$$

Natuurlijk kunnen alle stralen in den aether boven de plaat ontbonden worden in stralen, die in, en andere, die loodrecht op 't invalsvlak gepolariseerd zijn. Is nu, van de beschouwde golflengten, D_1 de dichtheid der energie in den aether, dan komt nu te pas de dichtheid

$$\frac{1}{2} D_1 \frac{d\omega_1}{4\pi}$$

Per tijdseenheid valt op de eenheid van 't vlak A de energie, die aanwezig is in de ruimte $v_1 cos\alpha_1$, dus de hoeveelheid

$$\frac{1}{2} D_1 \frac{v_1 \cos\alpha_1 d\omega_1}{4\pi}$$

Hiervan wordt een gedeelte r teruggekaatst en een gedeelte 1–r doorgelaten. Dit laatste gedeelte bevindt zich in de plaat in eene ruimte $v_2 cos\alpha_2$, hetgeen eene dichtheid

$$\frac{1}{2} D_1 \frac{v_1 \cos\alpha_1}{v_2 \cos\alpha_2} \frac{d\omega_1}{4\pi} (1-r)$$

of, blijkens (1)

$$\frac{1}{2} D_1 \frac{v_1^3}{v_2^3} (1-r) \frac{d\omega_2}{4\pi} \qquad (2)$$

geeft.

Hierbij moeten wij nu nog voegen de energie die langs de *(eigenlijk binnen een kegel met de opening $d\omega_1$) is ingevallen; en, na den weg ea te hebben gevolgd, in a is teruggekaatst. Hierbij komt te pas in e de coëfficiënt 1–r en in a de coëfficiënt r (volgens eene bekende stelling dezelfde r als boven). Bij (2) komt dus*

$$\frac{1}{2} D_1 \frac{v_1^3}{v_2^3} r(1-r) \frac{d\omega_2}{4\pi},$$

zodat de som wordt:

$$\frac{1}{2} D_1 \frac{v_1^3}{v_2^3} (1-r^2) \frac{d\omega_2}{4\pi} \qquad (3)$$

Hierbij moet nu nog gevoegd worden de energie die zich in de richting ab voortplant, nadat zij, aan de boven- of benedenzijde in de plaat gekomen, door de zijvlakken herhaaldelijk is teruggekaatst. Men verkrijgt aldus eene oneindig voortloopende meetkundige reeks met de reden r^2, waarvan (3) de eerste term is.

De som dier reeks is

$$\frac{1}{2} D_1 \frac{v_1^3}{v_2^3} \frac{d\omega_2}{4\pi}$$

Tot dezelfde uitkomst geraakt men als men de stralen beschouwt die loodrecht op het invalsvlak gepolariseerd zijn; in 't geheel dus

$$D_1 \frac{v_1^{\ 3}}{v_2^{\ 3}} \frac{d\omega_2}{4\pi} \qquad (4)$$

Daar α_2 *hierin niet voorkomt zijn in 't tweede medium alle stralenrichtingen gelijkelijk vertegenwoordigd. Althans vinden wij deze uitkomst voor die richtingen, welke binnen een kegel liggen, waarvan de halve tophoek de grenshoek der totale reflectie is. Omtrent de energie van stralen die buiten dezen kegel vallen kan natuurlijk de beschouwing der onderstelde plaat met niet anders dan twee evenwijdige zijvlakken ons niets leeren. Maar om (4) tot alle richtingen der stralen uit te breiden behoeft men slechts aan te nemen dat ergens aan de plaat nog grensvlakken van andere richtingen voorkomen.*

Na die uitbreiding kunnen wij (4) over alle richtingen der stralen integreren en vinden dan

$$D_2 = D_1 \frac{v_1^{\ 3}}{v_2^{\ 3}}, \; q.e.d.$$

Waarschijnlijk kom ik zelf ook wel eens tot een onderzoek over de stralingstheorie, maar ik hoop dat gij, voor het zoo ver is, nog heel wat uitbreiding aan Uwe beschouwingen zult hebben gegeven.

Hoogachtend,

Uw dienstw.

H.A.Lorentz

NUMMER	13
SOORT	Handgeschreven brief van zes pagina's
VAN	Korteweg
DATUM	15-02-1896
ARCHIEF	TRL, FLMD
INHOUD	P is kennelijk met K in discussie gegaan (K verwijst naar 'uw brief') over een publicatie van Bertrand. Het gaat over een statistisch onderwerp, zoiets als de spreiding in de resultaten bij een proef, waarbij slechts twee uitkomsten mogelijk zijn ('onuitgeloote aandelen' en sterftekansen). K verwijst ook nog naar Jouffret.

15 Februari 1896

Geachte heer Postma,

Hedenmorgen heb ik het eerste gedeelte van uw brief nauwkeurig nagegaan en beantwoord ik dus nu dit gedeelte.
In uw beschouwing omtrent de 3363 onuitgeloote aandelen, hebt ge volkomen gelijk. Het verschil in de uitkomst is niet groot, en dat is ook wel in te zien vooraf, maar uit een theoretisch oogpunt is de toepassing der formule op het bedoelde vraagstuk ongeoorloofd, en moet inderdaad de form. die gij aanvoert, en die overeenkomt met de beschouwingen van Bertrand[47] *§ 75, gekozen worden.*
Ook op uw aanmerking op Bertrand § 73 heb ik niets te antwoorden dan dat ik er mede instem, hoewel het hier dan toch wel a priori zeer duidelijk is dat p en q als de kiezers getrokken worden met nummers uit een bus, nagenoeg constant blijven zal [zullen?] gedurende de trekking.
Daarentegen geloof ik dat ge ongelijk hebt waar ge de redeneering van Betrand op pag. 308 en 309 afkeurt.
Gij kunt er u zelf van overtuigen door het volgende vraagstuk streng op te lossen.

[47] Joseph L.F. Bertrand (1822-1900) was een Franse wiskundige, die zich onder meer bezighield met kansrekening.

Joseph Bertrand

Stel de inwoners van zeker land kunnen verdeeld worden in twee groepen a_1 en a_2 met zeer verschillende sterftekans. Er kunnen bijv. twee rassen wonen, waarvan het een voor zekere ziekte zeer vatbaar is, het andere niet.
Stel dat de sterftekansen zijn p_1 en p_2 dan sterven er gemiddeld $a_1p_1+a_2p_2$ per jaar en de gemiddelde sterftekans is dus:

$$p = \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{a_1 + a_2}$$

Nu is het zonder twijfel wel mogelijk (zelfs gemakkelijk) hier de waarschijnlijke afwijking van het waarschijnlijkste jaarlijksche sterftecijfer $a_1p_1+ a_2 p_2$ op strenge wijze uit te rekenen. Hangt de uitkomst nu <u>alleen</u> af van <u>a_1+a_2</u> en van <u>p</u> dan hebt <u>gij</u> gelijk, en anders Bertrand. Ik vermoed het laatste en dit kan men inderdaad inzien, zools Bertrand ook aangeeft door een extreem geval te kiezen. Neem aan dat de eene groep bestaat uit onsterfelijken, de andere uit eene diersoort die geen vol jaar leven <u>kan</u>, dan is

$$p = \frac{a_2}{a_1 + a_2}$$

en heeft dus een bepaalde waarde, toch is de kans op een afwijking hier <u>nul</u>.

Toch vermoed ik weer dat Bertrand in zooverre ongelijk heeft, als hij er de verklaring in zoekt van eene <u>grootere</u> afwijking; ik denk, dat in overeenstemming met het gekozen extreem geval de afwijking door het gebrek aan homogeniteit <u>kleiner</u> wordt. (Deel mij uw uitkomst eens mede.)
De sterfte is echter vrij ongelijk in verschillende <u>plaatsen</u>, <u>standen</u>, <u>tijden</u>, zoodat er <u>altijd</u> storende invloeden zullen zijn en het onmogelijk zou zijn (anders dan door loting, wat niet gebeurt) een groep van 10000 menschen met stellig dezelfde sterftekansen als die van de grootere groep te verkrijgen.

---

16 Februari

Wat het tweede gedeelte van uw brief aangaat, uw opvatting omtrent mijne bedoeling betreffende eene betere methode is juist. Inderdaad heb ik in mijn dictaat de waarschijnlijkste waarde van c ongeveer afgeleid op de wijze die gij aangeeft. Ik had dat indertijd zelf zo gevonden, toen het onvoldoende der andere afleidingen mij opgevallen was. Ik deelde dit mede aan mijn vriend Schols, die mij toen verwees naar een werkje: <u>E. Jouffret</u>[48]<u>, Sur la</u>

---

[48] Esprit Jouffret was een Franse officier en wiskundige. Het genoemde boek is aanwezig in de *Obe Postma Samling, wis- en natuerkundige bibliotheek* in Tresoar. De volledige titel luidt: *Sur la probabilité du tir des bouches à feu et la méthode des moindres carrés. (Over de waarschijnlijkheid van het*

probabilité du tir des bouches à feu, Paris, C. Tanera, rue de Savoie 6, 1875. Daar staat werkelijk dezelfde afleiding. Ik zie niet in, dat er bezwaren tegen in te brengen zijn.

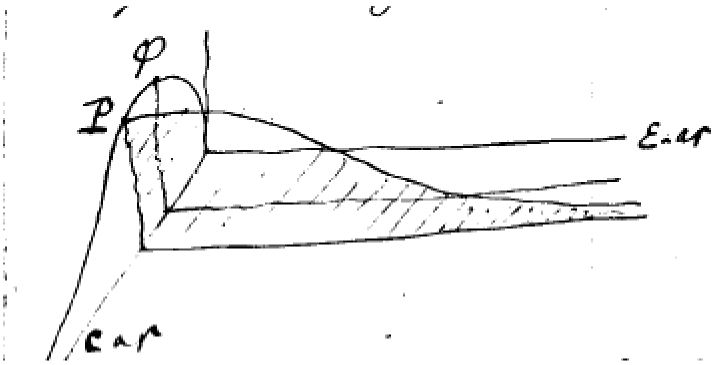


Diagram uit de originele brief

E=U–G (U werkelijke waarde)

Wat men aangeeft te willen bepalen, de waarschijnlijkste waarde van c nam., vindt men ook op deze wijze. Het overbrengende op uw oppervlak, dan zoekt men het punt P waarvoor de doorsnede het grootst is. Dit punt ligt voorbij uw punt Q omdat hoe grooter c is de ordinaten der u[?] langzamer afnemen met de toename van ε.
Het punt Q, op welks bestaan ook Jouffret wijst is stellig niet het juiste. Dit toch levert de waarschijnlijkste waarde van c als G de juiste waarde is, of liever als $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ de juiste afwijkingen zijn. Dit zal slechts uiterst zelden voorkomen en als het niet de waarheid is, dan wordt de waarde van c daardoor altijd in denzelfden zin veranderd, namelijk in dien van grooter. De werkelijke waarde van c zal dus zeker gemiddeld grooter zijn dan de zoo gevondene.
Zijt ge met de waarschijnlijkste waarde van c niet tevreden, wij wel. Ook de middelbare, de gemiddelde (is dit niet identiek met uwen beste?) zijn niet moeilijk te bepalen.
Daar φ(c) eenmaal bekend is (Daarmee bedoel ik de kans op eene c tusschen c en c+dc; waarbij c nu natuurlijk [steeds/sterk?] positief is en bij de bepaling van φ(c) de integratie naar ε (U-G=ε) reeds is volbracht.), kunt ge

$$\sqrt{\int_0^\infty \varphi(c).c^a.dc} \quad en \quad \int_0^\infty \varphi(c).c.dc \quad vinden.$$

{De exponent a is onduidelijk geschreven}

---

schieten uit vuurmonden en de methode van de kleinste kwadraten.)

Welke van deze de voorkeur verdient is, dunkt mij, niet uit te maken. Men zou daartoe moeten weten, wat men met c wenscht te doen. Om een beeld van de bereikte nauwkeurigheid te geven zijn ze wel allen even goed.

Ge begrijpt zeker dat zoowel bij Jouffret als ook in mijn diktaat (maar ik heb het niet altijd gegeven) ook het algemeen vraagstuk is aangepakt, dat er foutenvergelijkingen en normaalvergelijkingen zijn gebruikt? Daarbij komt dan de formule

$$c_\mu = \sqrt{\frac{\sum e^n}{n-m}}$$

voor de dag. (c_μ niet modulair[?] maar middelb. fout).

De foutenwet uit de <u>beste</u> of uit de <u>waarschijnlijkste</u> U, welke dan per hypothese aan G gelijk ondersteld worden, af te leiden, is lood om oud ijzer. Het is <u>beide</u> onlogisch.
Reeds lang is het uitgemaakt dat de zóó gevonden foutenwet slechts de eerste benadering is van de juiste.
Ook hierover vindt ge in het boekje van Jouffret op p. 52 in het tweede hoofdstuk (Théorie des écarts et des valeurs moyennes) een en ander om u eenigszins nader op de hoogte te brengen.
Er moet heel wat literatuur over zijn, maar ik ben er niet in te huis.
Hiermede heb ik uw brief naar mijn beste weten beantwoord. Slordig schrift en stijl zult ge wel willen verontschuldigen. Is 't een of ander u duister ten gevolge daarvan, dan wil ik het gaarne nader ophelderen. Zend mij dan deze brief terug en wijs mij aan waar het hapert.

Gaarne uw dw, D.J. Korteweg

NUMMER	14
SOORT	Handgeschreven brief van drie pagina’s
VAN	Korteweg
DATUM	21-02-1896
ARCHIEF	TRL, FLMD
INHOUD	P moet op K’s brief van 15 februari snel hebben gereageerd, want dit is K’s antwoord.

21 Februari 1896

Geachte heer Postma,

Als de groepen personen door loting uit een veel grooter aantal worden samengesteld, dan hebt ge inderdaad gelijk. En ‘t schijnt mij dat dit het duidelijkst als volgt kan worden aangetoond.
Men heeft dan te doen met personen die door loting uitgezocht worden uit n individuën, waarvan p_n *met een sterftekans* γ_1 *binnen het jaar en* q_n *met een sterftekans* γ_2 $(p+q=1)$*. Dat wil dus zeggen dat voor die van de eerste soort moet getrokken worden uit een bus met zwarte en witte kogels, die zich verhouden als* $\gamma_1{:}\delta_1$ $(\gamma_1+\delta_1 = 1)$ *en voor die van de tweede soort uit een bus met verh.* $\gamma_2{:}\delta_2$ $(\gamma_2+\delta_2=1)$*. Het is nu natuurlijk onverschillig, hoe groot men het aantal kogels in ieder dezer beide laatste bussen kiest.*

$p_n\gamma_1$ $p_n\delta_1$		$q_n\gamma_2$ $q_n\delta_2$
p_n		q_n

Bepalen wij echter deze aantallen op p_n *en* q_n*, dan mag men de bussen door elkaar schudden en de eerste trekking achterwege laten; immers dan is de kans dat een individu van de eerste soort gekozen wordt van zelf gelijk aan* p*, van de tweede gelijk aan* q *en evenzoo de kans dat als een individu [der] eerste soort gekozen is, dit er een is dat binnen het jaar sterft* γ_1 *en van de tweede* γ_2*.*
Men trekt dan uit één enkelen bus met $p_n\gamma_1+q_n\gamma_2$ *zwarte kogels en* $p_n\delta_1+q_n\delta_2$ *witte, wat juist de verhoudingen aangeeft, die de sterftetafel over al de n personen leveren zoude, terwijl nu blijkt dat ook de kans op een bepaalde afwijking gelijk staat.*
Trouwens, dit is waarschijnlijk in meer woorden datgene wat ook gij bedoelt.
Zóó Bertrand dus dit bedoeld heeft dan heeft hij volkomen ongelijk.
De proef is echter waarschijnlijk nooit op die wijze genomen. Bertrand schijnt te doelen op

werkelijk waargenomen grootere afwijkingen. Die zijn dan stellig het gevolg geweest van schommelingen in de sterftekans zelf.

Achtend en dw.

D.J. Korteweg

NUMMER	15
SOORT	Handgeschreven brief van vier pagina's
VAN	Korteweg
DATUM	23-04-1898
ARCHIEF	UBA
INHOUD	Dit lijkt een concept-brief aan P. Hij eindigt slordig en zonder ondertekening. Zekerheid dat hij verstuurd is, is er niet. De brief handelt over sterftetafels. Klaarblijkelijk is er in de afgelopen tijd geen contact geweest. De vorige bekende brief is uit 1896. Boven aan de brief, onder de datum en boven de aanhef, staat: 'Postma Iets over uitstraling en opslorping', De titel van P's dissertatie.

23 April 1898

Amice,

'T is lang geleden dat ik met u over de bewuste formule sprak of schreef (kunt ge geen brief van mij er over vinden?) en daar ik bovendien in een paar jaar geen waarschijnlijkheidsrekening gaf, ben ik in de theorie op 't ogenblik ook niet erg te huis, maar was de zaak niet zoo. Door waarneming is in een gegeven jaar voor de sterftekans gevonden d_1/l_1*; nu zijn er twee van elkander geheel onafhankelijke fouten-oorzaken, ééne die te wijten is aan het gering aantal waarnemingen, wier middelbare fout dus kan worden voorgesteld door* $\sqrt{(\beta/l_1)}$*; ééne andere die daaruit voortkomt dat de sterftekans van jaar op jaar verschillend is en 't geen men wenscht te weten de sterftekans is in een gemiddeld geval; de middelbare waarde van deze jaarlijksche afwijking worde voorgesteld door* α*. Nu mag men stellig wel aannemendat beide afwijkingen bij benadering de gewone foutenwet volgen; maar zelfs afgezien daarvan geloof ik dat het bekende bewijs hier doorgaat dat de middelbare waarde van de som van beide van elkaar volkomen onafhankelijke afwijkingen de wortel is uit de som der vierkanten van de middelbare waarden der afzonderlijke afwijkingen.*
De middelbare afwijking van de <u>*berekende*</u> *sterftekans* d_1/l_1*, van datgene wat men* <u>*zoekt*</u> *is dus*

$$\sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta}{l_1}}$$

en derhalve heeft men aan de waarneming toe te kennen het gewicht:

$$p_1 = \frac{1}{\alpha^2 + \frac{\beta}{l_1}}$$

en komt men van zelf tot de formule:

$$\frac{p_1 \frac{d_1}{l_1} + p_2 \frac{d_2}{l_2} + \ldots + p_n \frac{d_n}{l_n}}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$$

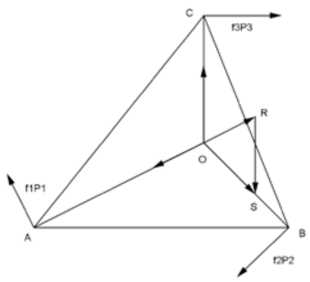
Ongeveer zoo; maar toegevoegd α is niet te berekenen uit de afwijkingen tusschen de d_1/l_1, d_2/l_2, *etc. omdat dan al de andere afwijking[en?] tusschen[?] speelt. Wil men alles uit de gegevens zelf halen dan moet men aannemen dat α* <u>*à priori*</u> *alle waarden hebben kan en dan is Postma's formule wel juist. Uwe redenen [redenering?] echter dat α groot is op p. 31 van uwe sterftetafels schijnt mij echter toch volkomen in orde. Zoo* <u>*nauwkeurig*</u> *kan men α zoo niet berekenen en evenmin dus p dus de formule eigenlijk niet toepassen.*

NUMMER 16
SOORT Handgeschreven brief van vier pagina's
AAN Korteweg
DATUM Groningen, 28-09-1898
ARCHIEF UBA
INHOUD P maakt een aantal opmerkingen over een vraagstuk uit het tijdschrift van het Wiskundig Genootschap. K had een eenvoudige versie ooit op college behandeld. Daarin denkt P een lacune gevonden te hebben. Van de oplossing van het (uitgebreidere) vraagstuk van het Wiskundig Genootschap ziet P af, omdat hij meent het werken met krommen van hoge graad niet aan te kunnen.

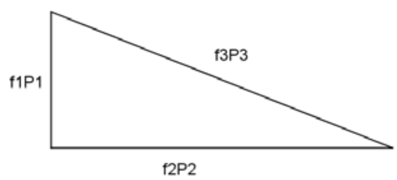
Groningen, 28 Sept. '98

Hooggeleerde Heer,

In de vacantie mij wat bezighoudende met een vraagstuk door het wiskundig genootschap opgegeven, n.l. dat over het in beweging komen van een op 3 pooten rustenden tafel, kwam ik er ook nog eens toe te denken over het bijzonder geval daarvan, wat U eens met ons op Uw college behandeld hebt en het is daarover, dat ik U even iets wilde schrijven, uit ervaring wetende, dat U mij mijne vrijheid niet kwalijk zult nemen. In het opgegeven vraagstuk is M, het moment van koppel, willekeurig, in het toen behandelde was het zoo groot, dat de tafel juist in beweging kwam. Het toen gevonden rotatiecentrum moet dus een punt van de nu gevraagde meetk[undige] plaats zijn. Dit punt is bepaald door de conditie, dat de 3 wrijvingskrachten evenwicht moeten maken en wordt nu gevonden uit 2 hoeken, die de supplementen zijn van de hoeken van de krachtendriehoek.
Nu staat echter in mijn dictaat:
"Er zijn 2 moeilijkheden: 1. de driehoek kan niet geconstrueerd worden, doordat een kracht grooter is dan de som van de beide andere.
2. het rotatiecentrum kan buiten den driehoek, gevormd door de 3 steunpunten vallen.
In het 1^e geval gaat de tafel om een der steunpunten draaien; in het 2^e is een der wrijvingskrachten verkeerd aangebracht; men moet een der hoeken zelf hebben in plaats van het supplement." Met dit laatste nu kan ik mij niet vereenigen. Het komt mij voor, dat er in geval 2 evengoed rotatie om een der hoekpunten is.



De 3 krachten in O, gelijk aan de 1^e en 90^o gedraaid, moeten ook evenwicht maken, wat alleen kan, als O binnen ΔABC ligt. Dus O moet binnen dien drieh[oek] liggen. Verder moeten, dunkt mij, de hoeken van den driehoek ORS altijd de supplementen zijn van de hoeken AOB, AOC enz. Wanneer nu echter



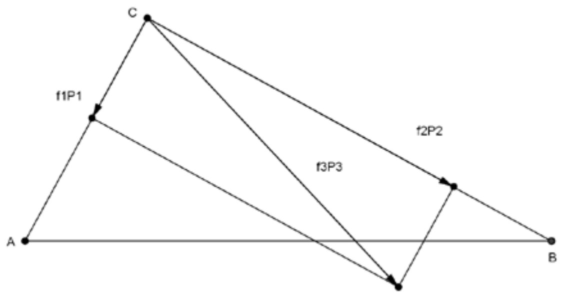
in het bovenstaande geval deze driehoek ORS werd, zou Hoek f_1P_1 f_2P_2> kunnen zijn dan 180º–<ACB. Dan zou echter <AOB<<C worden en dus een punt O is niet te construeren. Dus voor constructie zijn de condities:

$_1H_2 < 180° - \angle C$

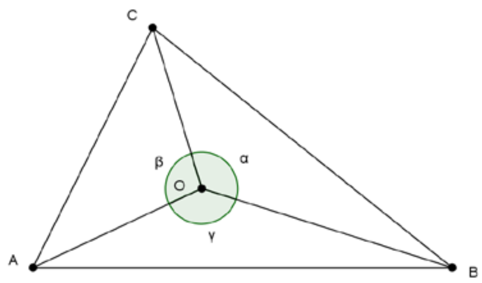
$_1H_3 < 180° - \angle B$

$_2H_3 < 180° - \angle A$

Slechts een dezer 3 condities kan er tegelijk niet vervuld zijn, omdat anders b.v.



$_1H_2 + {}_1H_3 > 360° - \angle B - \angle C$ *wat onmogelijk is. Als een der hoeken het supplement was, bv.* $_1H_2 = 180° - \angle C$*, is de constructie nog precies mogelijk, men krijgt nu voor O het punt C. Hieruit blijkt, dat O in dit punt verdwijnt, en wel dus het punt, waarmee de te groote hoek overeenkomt. Meteen is hier nu de grenswaarde van f_3P_3 (de beide andere standvastig nemende) geconstrueerd, waarvoor deze rotatie om C zal ontstaan. Een grootere f_3P_3 zal nu verder voortdurend rotatie om C geven. De wrijving zal dan echter niet f_3P_3 zijn, maar de waarde uit de figuur behouden.*
Het zal echter niet altijd het hoekpunt van grootste fP zijn, waaromheen nu de rotatie begint. Wel, als er geen hoek > 90º, dan moet nl. de overeenk[omstige] hoek van den krachtendrieh[oek] > 90º en dus daartegenover staat de grootste zijde.
Maar als b.v. een hoek van den driehoek ABC=120º kan de overeenkomstige hoek van den anderen 60º zijn en daartegenover staat niet de grootste zijde.



Als u in mijn redeneering fouten ontdekt, zou ik dit zeer gaarne vernemen. Van het nu opgegeven vraagstuk heb ik afgezien, omdat de studie van een kromme lijn van zeer hoogen graad er voor noodig is, waaraan ik nooit iets gedaan heb en waarmee ik voor het tegenwoordige moeilijk kan beginnen. De noodige vergelijkingen zijn anders gemakkelijk genoeg opgesteld. Ik heb de verg[elijking] van de meetk[undige] plaats in den vorm gebracht o.a.:

$P_2P_3(r_3f_2 - r_2f3)\sin\alpha + P_3P_1(r_1f_3 - r_3f_1)\sin\beta + P_1P_2\,(r_2f_1 - r_1f_2)\sin\gamma = 0.$

Waarop dus ligt het punt

$$\frac{\sin\alpha}{f_1P_1}=\frac{\sin\beta}{f_2P_2}=\frac{\sin\gamma}{f_3P_3}$$

wat boven besproken is.
Hopende, dat ik niet te veel van Uw tijd verg, heb ik de eer te zijn

Met de meeste hoogachting
Uhooggel. dw. dn.
O. Postma.

NUMMER 17
SOORT Handgeschreven brief van twee pagina's
VAN Korteweg
DATUM 01-10-1898
ARCHIEF TRL, FLMD
INHOUD Een antwoord op de brief van P over het vraagstuk van het Wiskundig Genootschap (brief 16). P heeft in zijn dictaat van weleer waarschijnlijk iets niet goed opgeschreven. En de krommen van hogere graad zou P volgens K toch wel aan moeten kunnen.

1 October 1898

Waarde heer Postma,

Ik ben het in de kwestie die gij bespreekt geheel met u eens. Mijn conclusie luidt in mijne aanteekeningen: "Het punt C is bij 't gelijdelijk veranderen van den driehoek door een der poten gegaan (en wel op 't oogenblik dat een der segmenten juist met den omgeschreven cirkel van den driehoek samenvalt) en van dat oogenblik af zal men draaiing om dien poot verkrijgen". Misschien heb ik de zaak niet volkomen duidelijk voorgesteld, maar uw aanteekening in het diktaat moet toch op misverstand berusten. Dat het rotatiecentrum <u>in werkelijkheid</u> buiten den driehoek vallen kon heb ik nooit bedoeld.
't Spijt me dat ge u laat afschrikken door de kromme van hoogeren graad. Ik houd het er voor dat deze heel goed te overmeesteren is, {Drie volgende zinnen tussen haakjes in voetnoot.} (Als gij de juiste hebt. Dit kan ik niet zoo spoedig beoordelen. Ook zou ik thans daaromtrent geen wenken mogen geven.) d.w.z. dat het beloop er van in verschillende gevallen wel te bepalen is. Ge hebt er misschien niet veel anders voor noodig dan op veelvoudige punten acht te slaan.
Ondertusschen[?] een oplossing die niet van [met?] de studie dier kromme gepaard gaat, moet als onvoldoende worden beschouwd. Reeds vroeger hebben wij in zulk een geval, bij 't zelfde vraagstuk, tot niet bekrooning besloten. De redactie van het vraagstuk is toen gewijzigd om duidelijk te doen uit komen dat wij <u>meer</u> verlangen.
De toen ingezonden oplossing bevatte de juiste vergelijking maar ook nagenoeg niets meer.

Met vriendelijke groet
uw
D.J. Korteweg

NUMMER 18
SOORT Handgeschreven brief van twee pagina's
AAN Lorentz
DATUM 11-11-1905
ARCHIEF NHA, Lorentzcorrespondentie (of NA, 2e afd. Lorentz 62)
INHOUD Na jaren (behalve de brochure *Het Meten*) geen fysische artikelen te hebben geschreven, probeert P zijn eerste artikel over Boltzmanns H-theorema[49] via Lorentz aan te bieden. P noemt ook een stukje van Pannekoek[50] en merkt fijntjes op, dat Lorentz dat ook voor de KAW-Verslagen heeft aangeboden. Overigens heeft hij in zijn stuk ook kritiek op Pannekoeks bijdrage.
P is gekomen tot de bestudering van het H-theorema door zijn eerdere studies in de waarschijnlijkheidsrekening.

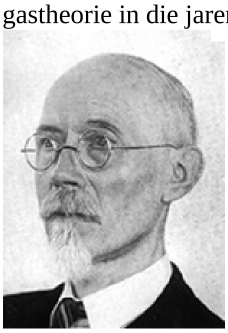
Groningen, 11 Nov. '05

Hooggeleerde Heer,

De buitengewone welwillendheid, waarmee U ruim 10 jaar geleden mij, toen ik mijn dissertatie schreef, de uitgebreidste inlichtingen op verschillende vragen gaf, geeft mij den

---

[49] Boltzmann was een van de eersten op het gebied van de verklaring van de thermodynamische verschijnselen op basis van de theorie dat materie uit deeltjes bestaat. Van 1866 tot zijn dood streed hij voor de resultaten die hij had verkregen en waarop van vele kanten kritiek werd geuit. In het bijzonder introduceerde hij de grootheid H (gedefinieerd op basis van een 'gemiddelde' van de plaatsen en snelheden van alle deeltjes in een gas), waarvan hij aantoonde dat deze monotoon afnam (het H-theorema). Daarmee had hij een op basis van de deeltjestheorie gedefinieerde grootheid geïntroduceerd, waarmee de macroscopische grootheid entropie (S) overeenkwam (zij het dat S altijd toeneemt en H altijd af). De decennia durende kritiek op zijn werk, naast veel waardering, maakte het voor Boltzmann niet gemakkelijk. P schaarde zich in 1905 dus in deze schare critici. Of Boltzmann de bijdrage van P in de Verslagen van de KAW gelezen heeft, lijkt onwaarschijnlijk.
[50] Antonie Pannekoek (1873-1960) was een belangrijk astronoom, die uiteindelijk aan de Universiteit van Amsterdam een sterrenkundig instituut stichtte, dat later naar hem is genoemd. Als overtuigd marxist werkte hij aan het begin van de 20ste eeuw een aantal jaren bij de Sociaaldemocratische Partij Duitsland. Het artikel waarnaar P verwijst lag buiten zijn directe belangstellingssfeer, maar geeft aan hoezeer de zg. kinetische gastheorie in die jaren in de belangstelling stond.



Anton Pannkoek

moed U nog eens met het een en ander lastig te vallen.
Het zijn eenige opmerkingen, die ik wenschte te maken naar aanleiding van een bekend werk en een kleine verhandeling, en ik wend mij tot U, omdat ik Uw naam aantrof in de nabijheid van hetgeen mijn aandacht trok in het bedoelde werk en omdat U de bedoelde verhandeling heeft aangeboden voor de Verslagen der Kon[inklijke] Ak[ademie] van Wetenschappen.
Ik bedoel het werk van Boltzmann "Voorlezingen over Gastheorie"[51]*. Ik kwam tot het lezen van een deel hiervan naar aanleiding eener studie over de toepassingen der waarschijnlijkheidsrekening en nu kon ik mij niet vereenigen met verschillende, niet onbelangrijke (voor het verband) beschouwingen van Boltzmann. Toen heb ik eens in de Beiblätter nagegaan wat er in den lateren tijd over het onderwerp was geschreven en ik vond velerlei kritiek maar niet over wat mij speciaal was opgevallen, zoodat het schijnt alsof dit nog niet de aandacht heeft getrokken. Ik heb het oog op § 6 van het 1*[e] *deel.*
Met de kleine verhandeling bedoel ik een stukje van dr. A. Pannekoek[52] *in de Verslagen, deel XII.*
Wat ik te zeggen heb, heb ik maar direct in een vorm gebracht, waarin het zoo noodig zou gedrukt kunnen worden. Als ik mij geheel tot U alleen richtte, zou ik mij b.v. wel iets beslister hebben kunnen uitlaten dan ik nu doe. Ik koester n.l. de geheime hoop, dat U het stukje belangrijk genoeg mag vinden om het ook voor de bovengenoemde Verslagen te willen aanbieden.
In elk geval hoop ik, dat U den tijd zult kunnen vinden van mijn stukje kennis te nemen en dat U, als Uw oordeel er over niet gunstig mocht zijn, zoo goed zult willen zijn mij even van Uwe aanmerkingen in kennis te stellen.

Met de meeste hoogachting,
UHooggel. dw. dn.,
O. Postma
leeraar R.H.B.S.

---

[51] In 1896 verscheen het eerste deel van Boltzmanns *Vorlesungen über Gastheorie*, waarnaar P verwijst. Boltzmann had zich na jaren twijfelen (o.a. vanwege zijn slechte ogen) ertoe gezet om een leerboek over zijn theorieën te schrijven. Boltzmanns eerste grote artikel over de kinetische gastheorie verscheen in 1866.
In Postma's nagelaten bibliotheek zijn exemplaren van de twee delen van de *Vorlesungen* aanwezig (TRL).
[52] Pannekoek, A., 'Some remarks on the reversibility of molecular motions', KAW, Proceedings, 6, 1903-1904, Amsterdam 1904, 42-48 (Engelse versie.). of: Verslagen KAW, XII, Amsterdam 1904, 63. Pannekoek levert met dit artikel een bijdrage aan de kritiek op de zwakke punten in Boltzmanns theorie.

NUMMER 19
SOORT Handgeschreven brief van drie pagina's
VAN Lorentz
DATUM 20-11-1905
ARCHIEF UBL
INHOUD Lorentz wil het stuk over *Boltzmann's H* 'gaarne' aanbieden voor de KNAW-Verslagen, maar wil het eerst nog een keer goed lezen. Hij wijst P op het Pas verschenen boek van Jeans *The dynamical theory of gases.*

Leiden, 20 Nov. 1905

Zeer geachte Heer,

Ik heb het mij toegezonden stukje met veel belangstelling gelezen en wil het gaarne voor het zittingsverslag der Akademie aanbieden. Toch kom ik U voorstellen, daar tot de volgende maand[53] *mee te wachten en wel om drie redenen.*
De eerste is dat ik misschien bij rustige overweging, waartoe mij nu wegens veel ander werk den tijd ontbrak, in Uwe studie een en ander vind, waarover ik vooraf met U van gedachten zou willen wisselen.
De tweede, dat een dergelijke mededeeling tegenwoordig door <u>*twee*</u> *leden der Akademie moet worden aangeboden. Het ligt voor den hand, in dit geval Prof. Van der Waals te verzoeken, de tweede te zijn, maar deze zou dan ook het opstel nog eenigen tijd moeten hebben.*
Eindelijk moet ik U erop wijzen dat in het kort geleden verschenen werk van Jeans,'The dynamical theory of gases', Cambridge, University Press (352 pag.)[54] *de vraagstukken waartoe de snelheidsverdeeling onder de gasmolekulen aanleiding geeft, uitvoerig en zeer grondig zijn besproken. Ik weet niet of gij met dit boek reeds hebt kennis gemaakt, is dat niet het geval, dan zou het kunnen zijn dat gij er iets in vindt, waarmede gij in Uwe beschouwingen rekening wilt houden.*
Mocht gij het boek van Jeans niet bezitten en het te Groningen niet kunnen krijgen, dan kan ik U mijn exemplaar wel voor een paar weken zenden. Wees zoo goed mij te melden of gij dit wenscht en of gij u met een uitstel tot in December kunt vereenigen.
Met vriendelijken groeten, hoogachtend,
Uw dienstw.
H.A. Lorentz

[53] Het werd inderdaad een maand later aangeboden, op 30 december 1905 (mede door zijn vroegere promotor Van der Waals).
[54] De eerste druk van Jeans' *The dynamical theory of gases* verscheen in 1904.

NUMMER 20
SOORT Handgeschreven brief van twee pagina's
AAN Lorentz
DATUM 24-12-1905
ARCHIEF NHA, Lorentzcorrespondentie (of NA, 2e afd. Lorentz 62)
INHOUD P heeft klaarblijkelijk L's exemplaar van Jeans gevraagd en er zijn voordeel mee gedaan. Uit de tekst blijkt dat P wel wat aanpassingen in zijn artikel heeft aangebracht, maar zijn kritiek -nu ook op Jeans- staande houdt.
P geeft aan dat hij door Kapteyn is benaderd voor nogal tijdrovend werk, dat meer in zijn lijn ligt. Hij zal minder tijd hebben voor 'Boltzmannzaken'.

Groningen 24 Dec. '05

Hooggeleerde Heer

Met het mij door U toegezonden boek, waarvoor ik U nogmaals dank zeg, heb ik mijn voordeel gedaan.
Echter niet in dien zin, dat ik aan mijn opvatting iets heb veranderd, maar dat ik een nieuw voorbeeld van dezelfde m.i. onjuiste beschouwing heb gevonden. Hoe mooi in vele opzichten het boek van Jeans ook mag zijn, ik vind in het 3e hoofdzaak [hoofdstuk?], dat Jeans waarschijnlijk wel het belangrijkste uit zijn boek zal achten, dezelfde redeneering van Boltzmann terug. Ik heb dan ook een uitbreiding[55] aan mijn beschouwingen gegeven, die ik U hierbij zoo vrij ben toe te zenden. Ik heb nog al wat uitvoerig moeten zijn om de hoofdzaak der redeneering duidelijk te maken, maar hoop dat U het eenigszins gelukt moogt vinden. Moet ik prof. Van der Waals ook nog over de zaak schrijven of belast U zich er verder mee? Indien ik geen bepaalde aanwijzing van U ontvang omtrent iets uit Jeans, wat ik misschien onjuist zou kunnen hebben voorgesteld, zal ik U het boek dezer dagen terugzenden. Ik vrees toch, dat ik den eersten tijd niet veel meer aan deze dingen zal kunnen doen daar ik door prof. Kapteyn[56] ben geanimeerd in een richting te gaan werken, die heel wat tijd zal nemen, maar

[55] P heeft in zijn stuk waarschijnlijk §3 over het werk van Jeans toegevoegd. Dit gebeurde wel vlak voor de zitting van de Akademie op 30 december. L en VdW hadden klaarblijkelijk geen bezwaar.
[56] Jacobus Cornelius Kapteyn (1851-1922) was rondom 1900 een van 's werelds voornaamste sterrenkundigen. Hij werd in 1877 de eerste hoogleraar sterrenkunde in Groningen en verwierf faam met de Cape Photographic Durchmustering (met David Gill, 450.000 sterren op het zuidelijk halfrond gemeten), zijn ontdekking van de 'sterstromen' in 1904 en het 'Kapteynheelal' op basis van waarnemingen van sterren in 206 Selected Areas aan de hemel. Wellicht heeft Kapteyn P gevraagd mee te werken aan zijn levenswerk: de bepaling van de sterverdeling over het heelal (toen nog alleen ons melkwegstelsel), dat met de vaststelling van de Selected Areas in 1906 een aanvang zou nemen. Of P hier werkelijk aan heeft meegewerkt is onzeker. Hij publiceerde wel van 1906 t/m 1909 elk jaar een artikel in de Verslagen van de KAW over de kinetische gastheorie en de statistische mechanica. Het liet hem toch niet los. Naast ook nog zijn volledige baan op de hbs kan hij weinig tijd overgehouden hebben om 'heel wat tijd' aan Kapteyns werk te besteden. Postma kwam overigens zonder twijfel

meer in mijn lijn ligt.

Met de meeste hoogachting
Uwhooggel. dw. dn.
O Postma

met Kapteyn in contact via de bijeenkomsten van het Natuurkundig Genootschap in Groningen.

Jacobus Cornelius Kapteyn

NUMMER 21
SOORT Handgeschreven brief van een pagina
VAN Ehrenfest[57]
DATUM Zomer 1906[58]
ARCHIEF ?
INHOUD Ehrenfest vraagt een overdrukje van P's artikel.

Sehr geehrter Herr!

---

[57] Paul Ehrenfest (1880-1933) was Oostenrijker en promoveerde bij Boltzmann. Hij trouwde met de Russische wiskundige Tatjana Afanasjeva, met wie hij in 1911 het beroemde overzichtsartikel over de statistische mechanica in de *Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften* schreef, waarin hij drie artikelen van Postma noemt (uit 1906, 1907 en 1908). Hij volgde in 1912 Lorentz op in Leiden.

Paul Ehrenfest

[58] De brief is niet gedateerd, maar moet in de zomer van 1906 geschreven zijn, omdat Ehrenfest en zijn vrouw toen in Weesen am Wallensee in Zwitserland de zomer doorbrachten.
Ehrenfest heeft waarschijnlijk Nederlands geleerd in april/mei 1903, toen hij in Leiden was om colleges te volgen bij Lorentz, die hij toen voor het eerst ontmoette. Hij bestudeerde in die maanden ook de belangrijkste artikelen over statistische mechanica (van Clausius, Maxwell en Boltzmann). In de zomer bezocht hij nog Schiermonnikoog. Ook in 1906 in Zwitserland hield hij zich diepgaand met statistische mechanica bezig. Misschien heeft hij van Lorentz gehoord over het artikel van Postma.
Ehrenfests vroege leven als wetenschapper is beschreven in: Martin Klein, *Paul Ehrenfest, Volume 1: The making of a theoretical physicist*, Amsterdam 1970.

Sie würden mich zu besonderem Danke verpflichten, wenn Sie mir einen Abdruck Ihrer Arbeit (circa im Februar dieses Jahres in der Amsterdamer Akademie erschienen) über das Boltzmannsche H-Theorem überlassen wollten. Da ich holländisch verstehe bitte ich, mir ganz nach Belieben einen holländischen oder englischen Abrduck zu senden,

In vorzügl. Hochachtung
Paul Ehrenfest

Adresse: Dr. P. Ehrenfest-Schweiz
Weesen am Wallensee

NUMMER 22
SOORT Handgeschreven briefkaart
VAN Happel, Dr. H.[59]
DATUM 11-09-1906 (poststempel)[60]
ARCHIEF FLMD, TRL
INHOUD Dank voor de toezending van overdruk van P's artikel.

Sehr geehrter Herr Doktor

Gestatten Sie, dass ich Ihnen für die freundliche Zusendung Ihrer Arbeit meinen Dank ausspreche.

Hochachtungsvoll
Ihr ergebener
H. Happel

NUMMER 23
SOORT Handgeschreven brief van zeven pagina's
VAN Lorentz
DATUM 21-11-1906

[59] Hans Happel (1876-??) werd in 1903 assistent van Heike Kamerlingh Onnes, directeur van het lage-temperaturenlaboratorium in Leiden, maar kon binnen een jaar weer vertrekken. (Zie :Delft, D. van, *Heike Kamerlingh Onnes, De man van absolute nulpunt*; Amsterdam 2005.) Happel werd hoogleraar in Tübingen en Breslau en publiceerde over entropie.
[60] Het poststempel is van Tübingen (Duitsland, 100 km ten oosten van Straatsburg). De briefkaart is gestempeld in Groningen op 12 september. Happel schrijft op goed geluk naar het *Physikalisches Institut* in Groningen. Het gemelde adres van Happel was Kelternstr. 20. Op de kaart staan nog wat kleine onduidelijke aantekeningen van Postma.

ARCHIEF UBL
INHOUD Postma heeft weer een stuk geschreven. Qua timing zou het kunnen gaan over het tweede Boltzmann artikel. ***Dit nog nagaan aan de hand van de inhoudsopgave van de KNAW-verslagen.*** Als dat zo is, dan heeft Postma het artikel n.a.v. de kritische opmerkingen van Lorentz waarschijnlijk drastisch ingekort.

De professor reageerde ook nogal geprikkeld. Ook geeft hiij -zonder rechtstreekse verwijzing nog zijn commentaar op P.'s eerste Boltzmann- artikel:

Het was van Boltzmann niet anders dan een hypothese toen hij aannam dat men als men het snelheidsdiagram in gelijke volume-elementen verdeelt, de ligging van een snelheidspunt in elk dezer elementen als even waarschijnlijk mag beschouwen. Om mijne bedoeling duidelijk te maken moet ik mij nog wat vollediger uitdrukken. Stel dat er Q gelijke volume-elementen in de snelheidsfiguur zijn en dat ik over een gas met P molekulen wil spreken. Ik stel mij voor dat ik blindelings de snelheidspunten der P molekulen achtereenvolgens in de Q volume-elementen breng en dat ik dit een groot aantal malen herhaal. Van al de daardoor verkregen gevallen kies ik nu alleen diegene uit, waarvan de totale kinetische energie de waarde heeft, die zij bezit in het gas dat ik wensch te beschouwen. Ik stel mij voor dat ik ook na deze beperking nog een zeer groot aantal gevallen heb. De snelheidsverdeeling in die gevallen zal zeer verschillend zijn en ik neem nu eindelijk aan (dit is de onderstelling) dat de snelheidsverdeeling die het meest voorkomt die is, welke in mijn gas bestaat. Aan de methode van Jeans ligt kennelijk een dergelijke onderstelling tot grondslag

Inhoudelijk is er op het eerste gezicht weinig relatie tussen Lorentz' brief en het tweede Boltzmann-artikel. ***Dit nog nagaan.***

Leiden, 21 November 1906

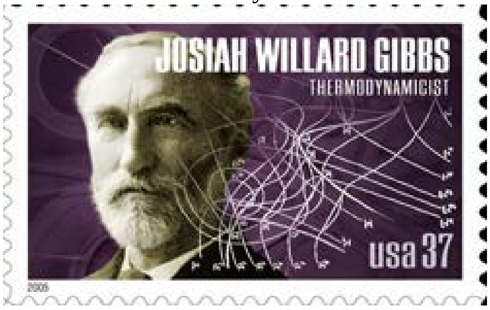
Zeer geachte Heer,

Tot mijn spijt kom ik er eerst nu toe, U eenige opmerkingen over Uw stuk te maken; ik werd door allerlei werk dat moest voorgaan, daar telkens van teruggehouden. Vergun mij, voor ik enkele bijzondere punten bespreek, een meer algemeene beschouwing.
De slotsom waartoe gij komt is, geloof ik, dat er voor de wet van Maxwell geen bevredigend bewijs is gegeven en tot op zekere hoogte ben ik dat met U eens. Er moet een of andere onderstelling bij gemaakt worden; al is deze onderstelling dan ook zeer aannemelijk, dit heeft ten gevolge dat men van een volkomen streng bewijs niet kan spreken. Het is de fout van Boltzmann geweest (een fout waaraan ik mij zelf ook wel heb schuldig gemaakt) dat de gemaakte hypothese niet als zoodanig uitdrukkelijk is aangewezen. Eene dergelijke onderstelling, die bij de eerste bewijzen voor de wet gemaakt werd, is deze dat de toestand in een gas zoodanig is dat men het aantal botsingen tusschen twee groepen van moleculen op de bekende wijze, zooals men wel zegt, naar de regels der waarschijnlijkheidsrekening bepalen

kan. Dat vind ik zeer aannemelijk, maar een hypothese blijft het en men kan er dit karakter niet aan ontnemen door naar het ongeordend zijn der bewegingen te verwijzen (al kan men daardoor de zaak wel ophelderen). Immers, men kan mathematisch wel definieeren wat men onder een "orde" van dezen of genen aard zal verstaan, maar bezwaarlijk in het algemeen en precies wat men met "onorde" zal bedoelen. Wilde men het beproeven, dan zou men er, wat den toestand van het gas betreft, wel toe moeten komen, de "onorde" te definieeren als een toestand, waarin het aantal botsingen op de bedoelden manier kan worden berekend en dan was men natuurlijk niets verder. Maar, zooals ik zeide, de onderstelling schijnt nog wel zeer aannemelijk, al kan men, als men erg de puntjes op de i wil zetten, verlangen dat wordt aangetoond 1^e^ dat zulk een toestand mogelijk is, en 2^e^ dat als op één oogenblik aan het kenmerk voldaan wordt, er ten allen tijde aan voldaan zal zijn. Dit laatste kan ik niet bewijzen en ik moet het dus strikt genomen, in mijne onderstelling opnemen.
De methoden die zich van het begrip van den "waarschijnlijksten toestand" bedienen, maken eveneens van een onderstelling gebruik. Het was van Boltzmann niet anders dan een hypothese toen hij aannam dat men als men het snelheidsdiagram in gelijke volume-elementen verdeelt, de ligging van een snelheidspunt in elk dezer elementen als even waarschijnlijk mag beschouwen. Om mijne bedoeling duidelijk te maken moet ik mij wat vollediger uitdrukken. Stel dat er Q gelijke volume-elementen in de snelheidsfiguur zijn en dat ik over een gas met P molekulen wil spreken. Ik stel mij voor dat ik <u>blindelings</u> de snelheidspunten der P molekulen achtereenvolgens in de Q volume-elementen breng en dat ik dit een groot aantal malen herhaal. Van al de daardoor verkregen gevallen kies ik nu alleen diegene uit, waarvan de totale kinetische energie de waarde heeft, die zij bezit in het gas dat ik wensch te beschouwen, ik stel mij voor dat ik ook na deze beperking nog een zeer groot aantal gevallen heb. De snelheidsverdeeling in die gevallen zal zeer verschillend zijn en ik neem nu eindelijk aan (dit is de onderstelling) dat de snelheidsverdeeling die het meest voorkomt die is, welke in mijn gas bestaat. Aan de methode van Jeans ligt klaarblijkelijk een dergelijke onderstelling tot grondslag en ik zelf heb in N^o^ XI mijner Abhandlungen de hypothese gemaakt dat elk lichaam dat wij waarnemen kan worden beschouwd als een dat men op goed geluk uit een kanonisch ensemble (of een mikrokanonisch ensemble) zou hebben gegrepen. Dit is ook al weer voldoende om tot de wet van Maxwell voor een gas te geraken.
Al geef ik gaarne toe dat er nog moeilijkheden blijven bestaan, komt het mij toch voor dat er voor zulk een hypothese veel te zeggen valt. Het wordt begrijpelijk dat de toestand stationair is en de onderstelling heeft het voordeel dat het volomen duidelijk is wat er mee bedoeld wordt, daar het begrip van een kanonisch of mikrokanonisch ensemble aan duidelijkheid niets te wenschen overlaat.
Een moeilijkheid zoo niet bij de afleiding van de wet van Maxwell, dan toch bij sommige andere gevolgtrekkingen is hierin gelegen dat men de hulpstelling behoeft dat een ensemble, waarin elk stelsel dezelfde energie heeft, maar waarin eerst de mikrokanonische verdeeling nog niet bestaat, tot die verdeeling zal naderen. Dit vereischt een nieuwe onderstelling waarvan het wel zeer waarschijnlijk is dat zij tot gevolgtrekkingen kan leiden die met de

werkelijkheid overeenstemmen, maar die niet streng bewezen kan worden, om de eenvoudige reden dat niet elke afwijking van de mikrokanonische verdeeling zal verdwijnen. Het is er mee als met het beeld van de menging der gekleurde en ongekleurde vloeistof (Gibbs[61]). Er zijn altijd wel bewegingen denkbaar, waarbij de vloeistoffen ongemengd blijven. Ik heb deze algemeene opmerkingen gemaakt, omdat, wanneer allen het erover eens konden zijn dat men zonder eene hypothese van den een of den anderen aard, de wet van Maxwell niet bewijzen kan, veel verdere discussie vermeden zou kunnen worden.
Ik kom nu tot enkele opmerkingen over Uw stuk. Op p.2 spreekt gij over een opmerking die U naar aanleiding van Uw eerste stuk gemaakt werd, maar zoudt gij die opmerking niet wat uitvoeriger weergeven om goed verstaanbaar te zijn? Ik zie niet recht hoe men bezwaar kan hebben gemaakt (ik bedoel prof. v.d.Waals) omdat gij "een zelfde zaak tweemaal in rekening hebt gebracht". Wanneer die zaak met de waarheid overeenstemt, zou men zeggen dat zij zoo dikwijls in rekening mag worden gebracht als men wil, maar de bedoeling zal wel eenigszins anders zijn. Ook de volgende volzin is mij niet geheel duidelijk. Ik versta de woorden "daar toch de bovenbedoelde ... zonder directe beteekenis" niet goed. Overigens moet ik opmerken dat men er met de beschouwing der "subjectieve" waarschijnlijkheid alleen zeker niet komt. Men kan toch met zijne "onwetendheid" alleen niets afleiden. Iets anders is de onderstelling dat de werkelijkheid beantwoordt aan hetgeen men in die onwetendheid, redeneerende op de bepaalde manier die gij U voorstelt, zou kunnen besluiten. Met die onderstelling erbij nadert men al weer aardig tot de objectieve waarschijnlijkheid. Wordt deze onderstelling gemaakt, neem ik dus aan (om het eens kras uit te drukken) dat een "onwetende" de goede uitkomst zal krijgen, dan hindert het ook niet, of men al wat weet. Men heeft maar juist zoo te redeneeren als die onwetende doen zou. Hiermede vervalt, geloof ik, wat gij onder aan p. 3 zegt.
Op deze bladzijde vind ik het wel wat veel gevergd dat de "onwetende" zich nu ook maar oneindig grote snelheden moet voorstellen. Wordt de zaak niet nodeloos ingewikkeld door ons die eerst nog te denken en doen wij niet beter, ons zoo spoedig mogelijk te bepalen tot een stelsel met eindige snelheden?
Wat gij op de tweede helft van p. 8 zegt is mij niet geheel duidelijk. Wanneer ik mij een mikrokanonisch ensemble ten opzichte van de specifieke phasen voorstel is dat tevens een

[61] Josiah Willard Gibbs (1839-1903) was een Amerikaans fysicus, die onder meer fundamentele bijdragen leverde aan de thermodynamica en de statistische mechanica.



Josiah Willard Gibbs op een postzegel

mikrokanonisch ensemble ten opzichte van de generieke phasen. Zulk een mikrokanonisch ensemble ten opzichte van de specifieke phasen is het nu, dat ik gebruik bij de onderstelling dat een gas kan beschouwd worden als willekeurig uit zulk een ensemble gegrepen. Iets willekeurigs schuilt daar zeker in, maar de onderstelling schijnt mij toch vrij aannemelijk omdat het ensemble in zijn geheel genomen in een stationaire toestand verkeert en omdat de groote meerderheid der systemen die ertoe behooren in waarneembare eigenschappen met elkaar overeenstemmen. De onderstelling is dan in overeenstemming met het feit dat verschillende gasmassa's, die ik als evenveel verschillende grepen uit het ensemble opvat, dezelfde waarneembare eigenschappen vertoonen.
Leidt men nu uit de genoemde onderstelling de wet van Maxwell af, zooals ik het b.v. in mijne Abhandlungen, p. 295 - 297 gedaan heb, dan kan men toch niet zeggen dat dit van zoo goed als geen beteekenis is, zooals gij blijkens Uwe woorden op p. 9 van dergelijke bewijzen schijnt te vinden. Als ik zulk een afleiding van de wet van Maxwell geef, schenkt het mij een zekere bevrediging dat ik die wet als een gevolg uit een veel algemeenere onderstelling, die mij ook tot vele andere conclusies kan leiden, heb leeren beschouwen. Ik zie ook niet in dat mij dan het verwijt kan treffen dat ik reeds aangenomen heb wat ik bewijzen wilde. Natuurlijk, als ik iets met behulp van zeker onderstelling door een wiskundige redeneering bewijs, ligt hetgeen ik bewijzen wilde in zekeren zin altijd in het onderstelde opgesloten. Toch kunnen wij wel zeggen dat de redeneering nog iets nieuws opleverde, wanneer men niet in de onderstelling aanstonds ziet dat hetgeen ik bewijzen wil erin ligt. Zoo is het dunkt mij, ook met de vraag die ons nu bezig houdt gesteld. Neem ik aan dat een gas een stelsel uit een mikrokanonisch verdeeld ensemble is, dan herkent men daarin niet onmiddellijk de wet van M. Er is een redeneering noodig om die eruit af te leiden, en ik kan mij voorstellen dat iemand zelfs verrast is als hij die wet uit de onderstelling voor den dag ziet komen. Daarom is het niet zonder belang, de redeneering te geven en kan men die wel een <u>bewijs</u> noemen, evenals ik b.v. , uitgaande van zekere onderstellingen omtrent de eigenschappen van een kristal kan "bewijzen" dat het golfoppervlak daarin de welbekende gedaante heeft.
Tegen het tweede gedeelte van Uw stuk heb ik geen bezwaren; alleen is het de vraag of gij U hier en daar niet wat anders kunt uitdrukken. Gij verwijst er naar (p.13) dat men <u>in een integraal</u> bij overgang van de variabelen $\xi', \eta', \zeta', \ldots$ naar $\xi, \eta, \zeta, \ldots$ het product mag vervangen door $Dd\xi d\eta d\zeta \ldots$, waarin D de bekende functionaaldeterminant is, maar dat daarom deze uitdrukkingen nog niet gelijk zijn. Ik vrees dat dit vervangen van een grootheid door een andere die er niet aan gelijk is, den lezer van de wijs zal brengen. Alle moeilijkheden verdwijnen wanneer men gebruik maakt van de stellingen omtrent de grootte van gebieden die op deze of gene wijze begrensd zijn. Deze stellingen, die in den grond der zaak op hetzelfde neerkomen als de stelling omtrent den inhoud van een parallelogram of een scheefhoekig paralle[le]pipedum kunnen zoowel bij de herleiding eener bepaalde integraal tot andere veranderlijken als in de vraagstukken der gastheorie en der statistische mechanica worden toegepast. Daarom heb ik, ofschoon zij natuurlijk bij de mathematici wel bekend zijn, een beschouwing erover in mijne Abhandlungen opgenomen. Het komt mij voor dat wanneer men

zich van deze stellingen bedient, er verder niet veel behoeft gezegd te worden.
Ik zend U hierbij Uw stuk terug, opdat gij er de veranderingen in kunt aanbrengen, waartoe mijne opmerkingen U wellicht aanleiding geven.
Met vriendelijke groet hoogachtend

Uw dienstw.

H.A. Lorentz

NUMMER	24
SOORT	Handgeschreven brief van zeven pagina’s
VAN	Lorentz
DATUM	22-10-1907
ARCHIEF	UBL
INHOUD	De brief bevatet L's reactie op P's artikel ‘Beweging van molecuulsystemen waarop geen uitwendige krachten werken’ (Verslagen KAW, 30 november 1907), waarin hij onder meer het probleem der kleine planeten van Poincaré bespreekt. L heeft hij een groot aantal detailopmerkingen, vaak over een onduidelijke uitleg van P.

Leiden, 22 October 1907

Zeer geachte Heer Postma,

Ik kan mij over het geheel zeer goed met Uwen beschouwingen vereenigen, en geloof wel dat deze tot verdere opheldering der behandelde vragen kunnen dienen, al moet gij U toch ook in de meer ingewikkelde gevallen er toe bepalen aan te wijzen dat er een <u>streven</u> naar eene gelijkmatige verdeeling is, zoodat het verschil met bv. Gibbs' redeneering met de gekleurde vloeistof niet zoo heel groot is. Intusschen geef ik gaarne toe dat gij goed doet er den nadruk op te leggen dat er een <u>eindig</u> gebied is; dit is het geval bij een ring waarop zich de kleine planeten bevinden, bij het in een vat besloten gas, en geldt wat de snelheidsverdeeling betreft, ook voor den beschouwden hyperspheer. Vergis ik mij niet, dan ligt vooral hierin de beteekenis van Uw werk.
Ik veroorloof mij, eenige kleine opmerkingen aan Uw oordeel te onderwerpen, en zend U daarom het stuk nog even terug.

1. Poincaré geeft den naam entropie aan een grootheid, die niet toe- maar <u>afneemt</u>. Is het wel wenschelijk, hem hierin te volgen? (van ondergeschikt belang).

2. Zoudt gij niet op p. 4 bovenaan de beteekenis der letters aangeven?

3. Op p. 9, waar er van gesproken wordt, zou men kunnen vermelden dat X_1

(aan l beantwoordende) en X_2 (aan beantwoordende) 0 is.

4. p.10 r.3 v.b. Dit "ensemble"? Iets verder op de bladzijde staat "die oorspronkelijk over een groot aantal punten, enz." De lezer zal hierbij allicht aan punten van de ecliptica denken, wat echter niet de bedoeling is.

5. Pag. 11 onderaan vereischt, dunkt mij, eenige opheldering, vooral wat dl betreft (maar ik begrijp het wel).

6 Pag. 16, r.4 en 5. Kan men niet, ook wanneer het gas zich in drie dimensies uitstrekt, maar wanneer men van de botsingen afziet, met de beschouwing van één molekuul volstaan?

7. Pag. 18, even boven de formules: Niet de "phase-extensie", maar het voorstellende punt.

8. Pag 19 o.a. en 20 b.a. De punten in één koker komen met elkaar overeen. Pag. 20 iets verder: de hoeveelheid die zich oorspronkelijk boven het genoemde elementje bevindt, zal zich verdeelen over al de elementjes (niet, zooals de lezer kon denken, over den eenen koker).

9. Pag. 22 r.7 "straal" ? Onder aan deze bladzijde: Voert men nieuwe coördinaten $\xi, \xi', \eta, \eta', \zeta, \zeta'$ in, bepaald door

$$\xi = (x_1 - x_2)\sqrt{\tfrac{1}{2}}, \quad \xi' = (x_1 + x_2)\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

enz., dan gaat de vergelijking van het bedoelde oppervlak over in

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 2r^2; \qquad ;$$

de coëfficiënten k_1, k_2, k_3 zijn dus onderling gelijk.

10. p.23. In 't midden. Kan men den bundel van eindige wijdte wel verdeelen in oneindig dunne, zoodat elk daarvan bij één enkele "beschrijvende ruimte" (en niet bij een smalle "strook" in de richting der beschrijvende ruimten) behoort? Afgezien hiervan vrees ik dat de lezer zich die "beschrijvende ruimte" niet dadelijk goed zal voorstellen.

11. p.24. "Daar nu echter de punten van den bol" enz. Ook de noot op pp. 25 en 26. Men kan dunkt mij, bij dit verspreiden over het oppervlak van een bol moeilijk spreken over het rondloopen over een hoek 2π.

12. p. 28 o.a. Dit klinkt paradox; immers men zou zeggen dat de onderlinge botsingen der molekulen de gelijkmatige verspreiding over de ruimte eer zullen tegengaan (liever "verlangzamen") dan bevorderen. De berekeningen der laatste bladzijden zijn natuurlijk wat hun algemene gang betreft goed, maar ik heb ze niet in bijzonderheden gevolgd.
Eindelijk moet ik opmerken dat op de laatste pagina de noot 1) ontbreekt.
Ik kom tot mijn spijt wat laat met dit alles, daar ik eerst in de laatste dagen den tijd vond, mij in deze quaesties te verdiepen. Intusschen is een aanbieding a.s. Zaterdag nog niet uitgesloten, wanner gij de enkele veranderingen waartoe mijne opmerkingen misschien aanleiding geven, in een enkelen dag meent te kunnen aanbrengen. Wees in dit geval zoo goed, mij het stuk onmiddellijk terug te zenden; ik zend het dan aan Prof. v.d. Waals en als deze er dan Zaterdag geen bezwaar tegen blijkt te hebben, krijgt gij het waarschijnlijk Zondagochtend weer. Gij kunt het dan wel tot Maandagavond houden; dan kan het naar de drukkerij gaan. Alleen zal het goed zijn, de figuren reeds Zaterdag te Amsterdam te laten.
Met vriendelijke groet,hoogachtend,

Uw dienstw.
H.A. Lorentz

NUMMER	25
SOORT	Handgeschreven brief van twee pagina’s
AAN	Korteweg
DATUM	03-11-1907
ARCHIEF	UBA
INHOUD	P wil een concept-artikel over de grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening naar K sturen voor commentaar. De omvang maakt dat hij het nog niet meestuurt.

Groningen, 3 Nov. ‘07

Hooggeleerde Heer,

Bij deze ben ik zoo vrij tot U te komen met een verzoek, dat ik niet dan aarzelend doe, daar ik weet hoe kostbaar Uw tijd is, en ik daarop een aanslag wil doen.
Ik heb namelijk een kleine verhandeling geschreven, waaromtrent ik het zeer op prijs zou stellen Uw oordeel te vernemen. Zij handelt over de grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening.[62] *Naar aanleiding der kritiek in den laatsten tijd vooral*

[62] P wil een concept van een artikel sturen, dat uiteindelijk onder de naam ‘Over de grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening’ in 1909 in het *Nieuw Archief voor Wiskunde*, tweede reeks, deel VIII, 214-240, is verschenen. P gaat aan het eind van dit artikel nog in op de relevantie van zijn mathematische beschouwingen

uitgebracht op de gebruikelijke definitie van de gevallen van gelijke kans, zooals die ook in het leerboek van Czuber[63] *gegeven wordt, heb ik vooral die definitie nog eens onderzocht en een theorie opgesteld, waarbij de gevallen van gelijke kans niet zoo[zeer?] als tot nog toe meestal den grondslag der rekening vormen.*
Het onderwerp behoor dus thuis in het grensgebied van athematische wetenschappen en philosophie; ik geloof echter dat mijne wijze van behandelen meer belangstelling bij de beoefenaars der eerste dan bij die van de tweede zal vinden. In hoeverre het evenwel die belangstelling verdient, durf ik nog niet zoo direct beslissen. Aangezien ik nu niemand weet, die hieromtrent beter een oordeel zou kunnen uitspreken dan U en U mij bij vroegere gelegenheden herhaaldelijk over kleine kwesties hebt te woord gestaan ben ik zoo vrij geweest mij tot U te richten en kom nu met de vraag of ik U dezer dagen het stuk eens zou mogen toezenden. Het is 47 bladzijden van dit postpapier formaat groot en ik koester de hoop, dat ik de dingen nogal duidelijk heb gezegd, zoodat het U niet moeilijk zal vallen de bedoeling te vatten. Hopende een gunstig antwoord te ontvangen
Met de meeste hoogachting,
U hooggel. dw. dn.,
OPostma

NUMMER	26
SOORT	Handgeschreven brief van een pagina
AAN	Korteweg
DATUM	05-10-1907 {Dit moet gezien de inhoud 05-11-1907 zijn}
ARCHIEF	UBA
INHOUD	Postma zendt het in de vorige brief aangekondigde stuk en hoopt het met commentaar retour te krijgen.

voor het werk van Boltzmann en Gibbs, waarover hij eerder heeft geschreven in de *Verslagen van de Koninklijke Akademie*.

[63] Emanuel Czuber (Tsjechisch: *Cubr*) (1851-1925) was een wiskundige uit Bohemen, die zich toelegde op kansrekening, statistiek en levensverzekeringswiskunde.

Emanuel Czuber

Groningen, 5 Oct. '07 {Moet 5 Nov. Zijn}

Hooggeleerde Heer,

Zooeven ontving ik Uw briefkaart en ben dus zoo vrij U het bedoelde stuk toe te zenden. Misschien zijn de namen "Inleiding" en "Theorie" voor de beide eerste delen niet bijzonder gelukkig en wordt het 1^e^ deel daardoor iets in zijn waarde verkleind. Ik heb ook al gedacht aan "Kritisch" en "Theoretisch" gedeelte, maar dat geeft de zaak misschien ook niet geheel juist weer.
Ik ben zoo vrij een paar postzegels voor het terugzenden in te sluiten en, al is het minder fraai, een touwtje om dit pakje te binden, daar mijn enveloppes niet van de stevigste zijn.

Met de meeste hoogachting
U hooggel dw dn.
OPostma

NUMMER	27
SOORT	Handgeschreven briefkaart
AAN	Korteweg
DATUM	06-11-1907[64]
ARCHIEF	UBA
INHOUD	K heeft klaarblijkelijk direct positief geantwoord, want P stuurt op 5 november het manuscript naar K. P is echter onzeker en vraagt bevestiging van ontvangst.

Groningen, 6 Nov. '07

Hooggeleerde Heer,

Vandaag nog eens de enveloppes bekijkende, in een waarvan ik U gisteravond mijn manuscript zond, werd ik toch enigszins ongerust[65] of het U wel zou bereiken. Zoudt U nu zoo goed willen zijn mij even te berichten of U het ontvangen hebt? U bij voorbaat dankende en mijn excuses makende voor de moeite, die ik U veroorzaak,

U hooggel. dw. dn.

---

[64] Poststempel Groningen op 6-11, Amsterdam op 7-11. De correspondentie gaat razendsnel: 3-11 P>K, 4-11 K>P (niet aanwezig), 5-11 P>K, 6-11 P>K, 10-11 concept K>P, 11-11 K>P, 12-11 K>P. In het e-mailtijdperk van een eeuw later zou het niet sneller gegaan zijn. De posterijen leverden in die tijd grote prestaties. De adressering *Prof. dr. D.J. Korteweg Amsterdam* was ook voldoende.
[65] P was misschien toch onzeker over het niet vermelden van straat en huisnummer?

OPostma

NUMMER	28
SOORT	Handgeschreven concept-brief van vier pagina’s
VAN	Korteweg
DATUM	10-11-1907
ARCHIEF	UBA
INHOUD	K levert commentaar op P’s manuscript.

Geachte heer Postma,

Na lektuur van uw stuk zet ik mij u een en ander er over te schrijven. Ik mag er heusch niet meer tijd aan besteden dan ik deed. Vergeef mij dus a priori zoo ik hier en daar misschien blijk geef u niet geheel verstaan of u vluchtig gelezen te hebben. Evenmin mag ik mij de tijd gunnen met u in polemiek te treden.
Ik heb andere dingen te doen.

In de gebruikelijke behandelingswijze der waarschijnlijkheidsrekening neemt men aan dat het steeds mogelijk is gevallen van gelijke kans te onderscheiden. Gij meent van niet. Dit is een hoofdpunt van uw eerste kritische gedeelte Gij voert pag. 19 twee voorbeelden aan m.i. beide ten onrechte. In het eerste behoeft men slechts[?] een denkbeeldig vlak te leggen door de hals van de bus[?] en [moet men?] er op te letten welk punt van de bal het eerste de bus verlaat. Men verdeelt dan dan ieder der twee eerste ballen in <u>drie</u>, ieder der drie tweede ballen (d.w.z. uit de tweede bus) in <u>twee</u> gelijke deelen. Gij begrijpt nu wel dat men <u>twaalf</u> gevallen van gelijke kans verkregen heeft. Dit is als volgt in te zien: de zes gevallen der eerste bus hebben te samen gelijke kans met de zes der tweede en die der eerste bus zijn onderling gelijk van kans evenals die der tweede.
Laten wij nu voor uw tweede voorbeeld de schijf waarop geschoten wordt kiezen. De gevallen van gelijke kans worden gerepresenteerd door vakjes van gelijke trefkans.
Deze worden kleiner naar gelang ze dichter liggen bij een zeker punt (het punt der grootsten trefkans). Men kan ze telkens weer in tweeën deelen en zoo de kans dat een figuur getroffen wordt als limiet eener verhouding bepalen. Hoe de invoering der plaatselijke trefkans (waarmede bij u begonnen wordt) daaruit verkregen worden kan behoef ik wel niet uiteen te zetten.

De kwestie der subjectieve en objectieve kans moet dunkt mij zóó opgevat worden dat men *beider bestaan erkent. Daaruit volgt niet dat ze dezelfde eigenschappen hebben. Alleen de objectieve wordt door de frequentieproeven bevestigd. Dat is wel het voornaamste onderscheid. Dat is echter voor zoover het waar is bewijsbaar, nam[elijk] met behulp van de wet der groote getallen.*

Een grief tegen uwe behandelingswijze schijnt mij dan ook te zijn dat zij [op] p. 23 de wet der groote getallen niet[?] voorop zet en wel in een vorm waarin ze niet juist is. De uitkomsten van een groot aantal proeven behoeven niet met de theoretische frequenties overeen. Zelfs niet eenmaal bij benadering. De mogelijkheid blijft altijd bestaan ook van aanzienlijke afwijkingen, en ik zie niet in hoe men verder bij den eersten opzet, als men iets op die frequentie gronden wil, de zaken uiteen kan zetten zooals ze waarlijk zijn.

Voorts geef ik toe dat uwe behandelingswijze als men zich met de foutenwet bezig houdt en dergelijke dingen, op vrij eenvoudige wijze in het hart der kwesties voert; maar voor de toepassing op spelen, trekken uit bussen, enz. voert zij tot eene gecompliceerde opvatting van eenvoudige zaken.

NUMMER	29
SOORT	Handgeschreven brief van vijf pagina’s
VAN	Korteweg
DATUM	11-11-1907
ARCHIEF	FLMD, TRL
INHOUD	K herschrijft zijn concept van de vorige dag in een brief aan P. P heeft een punt gemaakt over “gevallen van gelijke kans”. Bestaan die wel? Gaat het om objectieve of subjectieve gelijke kansen? Het is hetzelfde thema als in zijn geplaatste artikel (publicatie nr. 9). K is ook nogal kritisch van toon, al zegt hij toe, voor publicatie in het Nieuw Archief voor Wiskunde te zullen zijn, als P het handhaaft. Het meest waarschijnlijk lijkt het dat P zich de kritiek heeft aangetrokken, het artikel heeft aangepast en het pas later heeft ingezonden.

11 November 1907

Waarde heer Postma,

Gij hebt blijkbaar veel zorg en nadenken aan uw stuk besteed. Dat het echter bij mij veel

instemming vind kan ik niet zeggen.
Wat het kritisch gedeelte betreft[66] *is wel de hoofdzaak dat ge meent dat er kwesties zijn waarbij men geen gevallen van gelijke kans onderstellen kan. Daarmede zou de gebruikelijke behandelingswijze moeten vervallen daar deze inderdaad bij [heuse] bewijzen de mogelijkheid van het onderscheiden van zulke gevallen onderstelt.*
M.i. gelden echter geen uwer twee voorbeelden. (p. 19). Bij het eerste behoeft men slechts een denkbeeldig vlak te leggen door de hals van de bus en mede er op te letten welk punt van de bal het eerste dit vlak bereikt. Men verdele vervolgens het oppervlak van ieder der twee eerste ballen in drie, ieder der drie ballen uit de tweede bus in twee deelen, gelijke als de ballen rond, ongelijke als zij van onregelmatige gedaante zijn, zoodat er gelijke kans is van bereiken van het genoemde oppervlak. Of dit uitvoerbaar en berekenbaar is, doet er niet toe, voor de bewijzen der gewone waarschijnlijkheidsrekening is het voldoende dat het denkbaar is. Men heeft nu twaalf gevallen van gelijke kans, want de kans der drie eerste is onderling gelijk en gelijk aan die der drie laatste tezamen welke ook onderling gelijk is [zijn?].
En laten wij voor uw tweede voorbeeld een schijf nemen waarop geschoten wordt. De gevallen van gelijke kans worden gerepresenteerd door vakjes van gelijke trefkans. Deze worden kleiner naar gelang ze dichter liggen bij het punt van grootste trefkans. Men kan ze telkens weer in tweeën deelen en zoo de kans dat een bepaalde figuur getroffen wordt als limiet eener meetbare verhouding bepalen. Hoe de invoering van het begrip plaatselijke trefkans dan verkregen wordt, behoef ik wel niet uiteen te zetten. De mogelijkheid van het vormen van gevallen van gelijke kans kunt gij trouwens niet ontkennen want zij volgt onmiddellijk uit het bestaan der kansfunctie.

Voorts moet de kwestie der subjectieve en objectieve kans m.i. zóó opgevat worden dat men beider bestaan erkent. Daaruit volgt niet dat ze dezelfde eigenschappen hebben. Alleen de objectieve zou bij frequentieproeven bevestigd worden. Dat is wel het voornaamste onderscheid. Dat is echter voor zoover het juist is, dus na de noodige restrictie, bewijsbaar met behulp van de wet der groote getallen.

Hiermede kom ik tevens tot eene grief tegen uwe behandelingswijze die daarin bestaat dat zij [op] p. 23 de wet der groote getallen reeds voorop zet en wel in een vorm waarin ze niet geheel juist is, want de frequentieproeven behoeven niet noodzakelijk met de objectieve waarschijnlijkheid overeen te stemmen, zelfs niet eenmaal bij benadering. De mogelijkheid van aanzienlijke afwijkingen blijft bestaan, en ik zie niet goed in hoe men de ware betrekking tusschen kans en uitslag van frequentieproeven reeds bij den aanvang behoorlijk zou kunnen

[66] Het eerste hoofdstuk van het artikel heeft de titel ‘Kritisch Gedeelte’.

uiteenzetten.

Verder, al moge uwe behandelingswijze, als men zich met de foutenwet en dergelijke zaken bezighoudt, al op vrij eenvoudige wijze in het hart der kwesties voeren, voor de toepassing op spelen van geluk voert zij ertoe eene gecompliceerde opvatting te geven van eenvoudige zaken. Indien men eene behandeling van <u>*die*</u> *kwesties met de oude methode voor toelaatbaar acht dan zal men er zeker de voorkeur aan moeten geven; maar dan volstaat zij ook voor de kwesties die met de foutenwet samenhangen en zou het onlogisch zijn daarvoor een andere weg in te slaan.*
Deze dingen raken hoofdzaken. Wat een paar bijzaken betreft wil ik nog opmerken dat het [op] p. 35-39 aangevoerde daarom geen hout snijdt omdat reeds de aanvangsstand ondersteld wordt eene toevallige te zijn. Wie vooraf kijkt welk nummer op de dobbelsteen in zijn bekertje boven ligt, speelt valsch. Neemt men aan dat de steen in het bekertje gelegd wordt op dezelfde wijze als zij op de tafel de laatste maal lag en dat maar even geschud wordt, dan ontstaat er <u>*correlatie*</u> *tusschen de opeenvolgende worpen. Een zeer interessante kwestie waarover echter stellig al veel gewerkt is. Weet de ander het niet of ziet hij geen kans het in rekening te brengen, dan is er weer verschil tusschen zijne subjectieve en de objectieve waarschijnlijkheid; een verschil dat* <u>*altijd*</u> *bestaat, want nooit zijn bij een dobbelsteen de kansen voor alle oogenaantallen volkomen gelijk.*
Ten slotte, ge weet waarschijnlijk wel dat wat gij de Gauss'sche foutenwet noemt slechts eene eerste benadering is en ook over de verdere termen een en ander bekend en veel gewerkt is.
Vergeef mij zoo ik op andere zaken niet inga. Ik mag er niet meer tijd aan geven en kan ook niet in polemiek treden waartoe het onderwerp zich bij uitstek leent en wat mij ook niet onaangenaam zou zijn als ik er de tijd niet aan meer noodzakelijke dingen voor zou moeten ontleenen.
Ge ziet, erg ingenomen ben ik met uw opstel niet; echter erken ik dat zoo ge bij uw gevoelen blijft dit wel verdient gehoord te worden.
Wilt ge het aan prof. Kluyver zenden voor het Nieuw Archief voor Wiskunde, dan zal ik voor mij voor de opname zijn. Allicht werkt ge een en ander eens om, want het schijnt mij onbetwistbaar dat ge u [op] p.18-20 veel te gemakkelijk van de theorie der gevallen van gelijke kans afmaakt en ook dat p. 35-39 beneden het gehalte van het overige is.
Ondertusschen gaarne met vriendschappelijken groet
uw dw.
DJKorteweg

NUMMER 30
SOORT Handgeschreven brief van drie pagina’s

VAN Korteweg
DATUM 12-11-1907
ARCHIEF FLMD, TRL
INHOUD K schrijft een aanvulling op zijn brief van de vorige dag om misverstanden te voorkomen. De haast bij het schrijven leidt tot veel lastig te lezen woorden.

12 Nov. 1907

Waarde Postma,

Het valt mij in dat gij het zoo opvat dat onder gevallen van gelijke kans alleen verstaan worden dezulken waar een zoodanige gelijkheid van omstandigheden aanwezig is (zooals ballen van gelijke grootte in een bus) dat er <u>dáárom</u> geen reden is aan het eene geval grootere waarschijnlijkheid toe te kennen dan aan het andere.
Ik laat daar of de handleidingen daartoe min of meer aanleiding geven; maar ik heb het er nooit uit gelezen en het steeds zoo opgevat dat men de grootst mogelijke vrijheid in het construeeren dier gevallen bezit. Uit de wijze van toepassing blijkt ook m.i. dat dit steeds de bedoeling moet zijn geweest. Men moet niet te uitsluitend letten op een definitie die hier of daar staat.
Daartoe is slechts noodig het begrip <u>kans</u> als een bij ieder[?] bestaand begrip over te nemen dat men slechts te omschrijven, te zuiveren en meetbaar te maken heeft.
Zooiets schijnt mij steeds geoorloofd. Aan de philosophie is het dan nader die grondbegrippen te onderzoeken, bijv. of het kansbegrip niets anders is dan een te verwachten frequentie.
Men heeft nu slechts over te nemen het begrip dat een kans grooter en kleiner kan zijn. Uitgaande van een verdeeling in een heel klein stukje van een oppervlak en het overige komt men dan zeer licht tot het betoog dat het mogelijk moet zijn een bol of willekeurig ander oppervlak zoo te verdeelen dat er evenveel kans is dat een punt op het eene gedeelte als op het andere de bus verlaat..
Wanneer men dan vervolgens zegt wij zullen de kans stellen door n/N, dan is dat een willekeurige vaststelling. Men zo ook $\sqrt{(n/N)}$ of n^m/N^m hebben kunnen nemen. Uit die vaststelling vloeien dan de bekende regels voort, wier[?] betoog slechts de onderstelling [steunt?] dat er altijd gevallen van gelijke kans te construeeren zijn.
Ik meende dit nog te moeten toevoegen daar ik vrees dat gij anders mijn brief misverstaan zoudt.
Groeten
DJKorteweg

NUMMER 31

SOORT Handgeschreven brief van een pagina
VAN Lorentz
DATUM 13-11-1907
ARCHIEF UBL
INHOUD L stuurt P's concept-artikel (zie brief 24) aan de late kant terug en vraagt het (zonder twijfel aangepast) binnen een week te retourneren, zodat VdW, die het mede zal aanbieden in de vergadering van de KAW van 30 november, er nog naar kan kijken.

Leiden, 13 November 1907

Zeer geachte Heer,

Tot mijn leedwezen vergat ik nog U overeenkomstig Uwen wensch, Uwe verhandeling terug te zenden. Terwijl ik dat thans doe, verzoek ik U, zoo U dat mogelijk is, mij het stuk over niet langer dan een week weer te doen toekomen. Ik kan het dan aan Prof. v.d. Waals zenden, zoodat deze nog een negental dagen heeft om er kennis van te nemen.
Met vriendelijke groet, hoogachtend,
Uw dienstw.
H.A. Lorentz

NUMMER 32
SOORT Handgeschreven brief van zes pagina's
AAN Korteweg
DATUM 14-11-1907
ARCHIEF UBA
INHOUD P verdedgt zijn opvattingen flink tegen de kritiek van K. Hij laat het echter wel een poosje rusten om er later nog eens onbevangen naar te kijken. Het werd uiteindelijk pas in 1909 gepubliceerd.

Groningen, 14 Nov. '07

Hooggeleerde Heer,

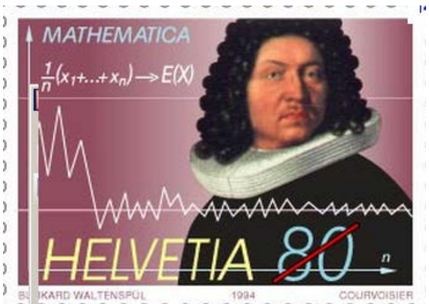
In de eerste plaats dank ik U voor de moeite, die U wel aan mijn stuk heeft willen besteden, al is dan het oordeel niet zoo bijzonder gunstig geweest.
Inderdaad zal Uw schrijven voor mij aanleiding zijn het stuk hier en daar eenigszins om te werken, maar, dit moet ik er direct bij zeggen, dat zal toch meer zijn, omdat ik merk, dat mijn gedachtengang niet overal duidelijk genoeg is weergegeven, dan dat U mij overtuigd heeft,

dat ik fouten gemaakt heb.
Ik kan dan ook niet nalaten mij nog op een paar punten tegen Uw kritiek te verdedigen, op gevaar af van te veelvan Uw geduld te vergen. Hopelijk vindt U toch nog tijd er kennis van te nemen.
1°. U zegt "Wat het kritisch gedeelt betreft is het wel de hoofdzaak, dat ge meent dat er kwesties zijn, waarbij men geen gevallen van gelijke kans onderstellen kan". En later "het schijnt mij onbetwistbaar dat ge u veel te gamkkelijk van de theorie der gevallen van gelijke kans afmaakt" (pg. 18-20). Misschien heeft U hierin gelijk, maar dit komt, omdat het in mijn gedachtengang geen hoofdzaak geweest is. Hoofdzaak was voor mij, dat men tot de gevallen van gelijke kans niet zonder onderzoek van de kansfunctie en de wijze waarop de gevallen gevallen van gelijke kans worden mag besluiten, dat dus de gevallen van gelijke kans <u>ongeschikt</u> zijn om als <u>grondslag</u> te dienen. Hier was ik zoo van overtuigd, dat ik het <u>verder gaande</u> <u>onmogelijk</u> zijn eengszins vluchtig aangevoerd heb. Ik heb echter moeten bedenken dat voor de {overbodig} degenen, die van het eerste niet overtuigd zijn, het laatste de hoofdzaak zal zijn. Intusschen verliest mijn betoog niet zoo veel, als de onmogelijkheid vervalt; de ongeschiktheid blijft. Natuurlijk heeft U volkomen gelijk, dat men altijd op de door U aangegeven wijze gevallen van gelijke kans construeeren kan, maar het is een zeer kunstmatige methode.
Verder heb ik mij op pg. 18-20 niet voor goed van de gevallen van gelijke kans afgemaakt; ik ben er naderhand op teruggekomen en heb gezegd, wanneer men ze heeft.
Kan men hier dus van een vergissing aan mijn kant spreken, ik geloof dat dit bij punt 2. niet het geval is. Ik zou op pg. 23 reeds de wet der groote getallen in <u>niet geheel juiste vorm voorop stellen</u>. Op pg. 23 heb ik dit niet kunnen vinden, maar op pg. 24 heb ik aangenomen "dat al spoedig de uitkomsten zich zoo zullen groeperen, dat <u>een beeld</u> der algemeene frequentiekromme ontstaat" en nog eens "dat al spoedig het beloop der algemeene frequentie <u>bij benadering</u> verkregen wordt". Dit is toch wel eenigszins voorzichtig gesteld en kan er dunkt mij als formulering van wat U hier als wet der groote getallen bedoelt wel op {mee?} door. Bovendien wijs ik er op, dat het hier er op aan kwam zuiver van onzuiver toeval te scheiden. Ik zal er echter nu nog "in het algemeen" tusschen voegen. Uw hoofdaanmerking zal echter wel zijn, dat ik deze aanname, hetzij dan al of niet geheel juist geforrmuleerd, hier voorop stel in plaats van het af te leiden uit het theorema van Bernoulli[67]. Ik spreek echter

[67] Jakob Bernoulli (1654-1705) was een Zwitserse wiskundige, die veel gepubliceerd heeft over kansrekening en statistiek. Hij formuleerde in zijn werk de 'Wet van de grote getallen'.

beslist tegen dat zoo iets daaruit te bewijzen zou zijn. De eigenlijke waarschijnlijkheidsrekening doet niets dan kansen uit andere kansen afleiden en zoo geeft het theorema van Bernoulli kansen aan dat op zeker aantal proeven men een bepaalde afwijking van de waarschijnlijkste uitkomst krijgt, maar zegt niets over het werkelijke gebeuren. Dat moet men er zelf bij doen en dit kan even goed aan het begin gezegd worden als later. Men doet er zelf bij de aanname dat gebeurtenissen met kleine kans wel niet, die met groote wel zullen uitkoemen. Maar is dit zooveel anders dan de aanname van mij dat de uitkomsten op den duur in de verhouding der kansen zullen uitkomen?
3°. Uw aanmerking betreffende de spelkansen heeft mij ook niet overtuigd. Ik heb aangetoond, dat bij toevalspelen gewoonlijk de eindstand niet onafhankelijk van den beginstand kan zijn en daaruit geconcludeerd dat men de gevallen niet gelijke objectieve kans kan toekennen. Dit zou alleen het geval zijn, als ook de beginstand zelf reeds toevallig was en dit mag men toch dunkt mij niet aannemen. U zegt wel, dat wie kijkt welke oogen boven liggen in het bekertje valsch speelt, maar men mag dunkt mij de kansen eerst gelijk noemen als valsch spelen vrijwel onmogelijk is.
En al neemt men de steen op zooals hij neergevallen is, hij is, zooals ik aantoonde, niet geheel met gelijke kansen neergekomen, dus de 2^e^ beginstand is ook niet toevallig.
Dit is eerst het geval na een zeer groot aantalschuddingen.
Wat U in Uw tweede schrijven zegt, kan ik wel grootendeels beämen, de kwestie is maar, dat bij ieder bestaand begrip op behoorlijke wijze te zuiveren. En daar nu de verwachting, dat het ook ongeveer volgens de kansen uitkomt, beslist tot het gezuiverde begrip behoort, naar mij voorkomt, zou ik direct ook de objectieve zijde van de zaak mee in beschouwing willen nemen en willen bespreken in plaats van er zooals gewoonlijk gebeurt onbewust gebruik van te maken.
Wat ik met het stukje zal doen, weet ik nog niet; ik geloof dat ik het voorlopig nog maar zal laten liggen om eens te zien of ik na een poosje, er weer wat vrijer tegenover staande, er ook een mooier geheel van kan maken.
Ten slotte nog mijn dank betuigende voor de ondanks afkeuring gegeven vriendelijke aanmoediging,

Met de meeste hoogachting



Jakob Bernoulli op postzegel met de Wet van de grote getallen

Uhooggel. dw. dn.
O. Postma

NUMMER	33
SOORT	Handgeschreven briefkaart
VAN	Korteweg
DATUM	16-11-1907 (poststempel Amsterdam)
ARCHIEF	FLMD, TRL
INHOUD	K heeft de brief van P (nummer 32) gelezen, maar gaat niet verder in discussie. Het heeft hem wel zeer geïnteresseerd.

16-11-07 (poststempel Amsterdam)
(Geen aanhef)

Wel bedankt voor uw schrijven dat ik met de noodige aandacht gelezen heb. Ik heb natuurlijk wel een en ander te antwoorden, maar begeef mij daar niet in om de u bekende reden. Ik kan er echter bijvoegen dat het mij zeer heeft geïnteresseerd.
Groeten,
Uw dw.
DJKorteweg

NUMMER	34
SOORT	Handgeschreven brief van twee pagina’s
VAN	Happel
DATUM	22-05-1908
ARCHIEF	FLMD, TRL
INHOUD	Happel (Tübingen) bedankt P voor diens brief van september 1907. Klaarblijkelijk heeft P hem een beter alternatief aangereikt voor de berekening van enkele integralen die voorkomen in Happels Habilitationsarbeit.

Tübingen, d 22 V.08
Kelternstr. 20

Sehr geehrter Herr Doktor!

Verzeihen Sie, dass ich für Ihre Arbeit und Ihren freundlichen Brief vom Sept. erst jetzt danke. Die betreffenden Integrale, welche in meiner Habilitationsarbeit vorkommen, lassen sich in der That in der von Ihnen angegebenen Weise berechnen, welche zweifellos der von mir

angegebenen Methode vorzuziehen ist. Ich habe inzwischen versucht, ob sich nicht auch die übrigen Integrale in einfacher Weise ermitteln lassen, doch bin ich zu keinem Resultat gekommen.
Gleichzeitig erlaube ich mir Ihnen meine letzte Arbeit (als Drucksache) zuzusenden.

Hochachtungsvoll
ergebenst
H. Happel

NUMMER	35
SOORT	Handgeschreven brief van een pagina
VAN	J.W. Moll[68]
DATUM	14-10-1908
ARCHIEF	GA (kopie in faculteitsstukken, archief origineel mij onbekend)
INHOUD	Brief van de secretaris van de Faculteit der Wis- en Natuurkunde, waarin Postma wordt gevraagd om tijdelijk een aantal colleges van prof. F. de Boer[69] over te nemen, die wegens ziekte per 1 oktober zijn ontslag heeft gekregen. Hij zou nog hetzelfde jaar overlijden.[70]

[68] Jan Willem Moll (1851-1933) was vanaf 1890 hoogleraar botanie aan de universiteit te Groningen.
[69] Floris de Boer (1846-1908) was vanaf 1884 hoogleraar wiskunde aan de universiteit te Groningen.
[70] In de notulen van de faculteitsvergaderingen is de procedure over de colleges van De Boer te volgen. Op 18-01-1908 volgde de faculteit de suggestie van De Boer op de sterrenkundige dr. Willem de Sitter tot de paasvakantie de vier niet-candidaatscolleges op te dragen (3 uur differentiaal- en integraalrekening, 1 uur hogere algebra). Prof. Kapteyn en de president-curator hadden geen bezwaar. Zijn opdracht liep van 1 februari tot en met 14 april, verlengd tot 11 juli. Na zijn ontslag wordt aan Curatoren gevraagd of er bezwaar is tegen een tijdelijke waarneming van de colleges. Curatoren vragen namen voor de opvolger. Op 12-10 wordt besloten Frederik Schuh voorlopig op plaats één van de voordracht voor de vacature De Boer te plaatsen. Schuh (1875-1966) zou deze functie tot 1916 bekleden. Men besluit tevens Postma te verzoeken tijdelijk de colleges waar te nemen, die eerst door De Sitter waren gegeven: *onder dien verstande dat hem daarbij zal worden te verstaan gegeven, dat hij op eene aanbeveling voor eene definitieve benoeming niet te rekenen heeft*. Bovendien moest De Boer er zich in kunnen vinden. Op 23-10 deelt voorzitter Schoute mee *dat de Hr. Postma bezwaar heeft gemaakt de lessen van den Hr. de Boer tijdelijk waar te nemen*. Op 4-11 wordt Schuh definitief nummer één op de voordracht, maar hij wil op voorhand de tijdelijke colleges niet geven. Op 9-11 wordt meegedeeld dat L.E.J. Brouwer de tijdelijke colleges ook niet wenst te geven. De faculteit besluit nu (in arren moede?) de gymnasiumleraren Schönfeld (Groningen) en Niesen (Winschoten) te vragen de colleges waar te nemen. Op 13-11 schrijft Moll (wellicht enigszins beschaamd) aan Curatoren dat de faculteit twee keer bot gevangen heeft, maar nu toch twee kandidaten heeft. Op 16 november deelt de voorzitter mee dat de twee de colleges willen geven en er die week al mee beginnen. Zij zullen het tot 9 juli 1909 doen. Op 8-10-1909 is Schuh voor het eerst aanwezig in de faculteitsvergadering. Curieus is de zinsnede in het faculteitsverslag dat *Postma bezwaar heeft gemaakt*. Misschien voelde hij zich in zijn eer aangetast dat hij niet mee kon solliciteren. Hij heeft de colleges, zoals eerder wel verondersteld op basis van de aan hem geschreven brief, dus nooit gegeven.

Groningen, 14 October 1908

WelEd. Zeer Gel. Heer,

De Faculteit der Wis- en Natuurkunde is genoodzaakt ter tijdelijke vervulling van de betrekking vacant door het aan den Heer F. de Boer verleend ontslag, in de gemeente Groningen iemand te zoeken, die in staat en genegen zou zijn ad interim enkele uren onderwijs te geven aan niet-candidaten, in hoogere algebra (1 uur per week) en differentiaal- en integraalrekening (3 uren per week). Zij is daartoe genoodzaakt, omdat de te benoemen nieuwe Hoogleeraar in geen geval vóór Januari e.k. in functie zal kunnen treden.
Derhalve komt de Faculteit tot U met het verzoek of gij bereid zoudt zijn deze taak op U te nemen, natuurlijk tegen een nader overeen te komen, door Curatoren voor te stellen en door den Minister vast te stellen geldelijke vergoeding. Alvorens een voorstel in dien zin aan Curatoren te doen zou het de Faculteit aangenaam zijn van U te vernemen, of gij bereid zoudt zijn dit gedeelte der Colleges van den Heer de Boer op U te nemen.
Namens de Faculteit der Wis- en Natuurkunde heb ik de eer mij te teekenen,
WelEd. Zeergel. Heer,
J.W. Moll
Secretaris

Aan
De WelEd. Zeergel. Heer
Dr. O. Postma
Leeraar R.H.B.S.
Groningen

NUMMER	36
SOORT	Handgeschreven brief van veertien pagina's
VAN	Lorentz
DATUM	18-10-1908
ARCHIEF	UBL
INHOUD	L belooft P's artikel 'Over de Kinetische afleiding van de Tweede Hoofdwet der Thermodynamica' op 31-10-1908 aan te bieden voor de KNAW-verslagen. L heeft nog wel wat opmerkingen en schudt *om de gedachten te bepalen* nog een geheel uitgewerkt voorbeeld uit zijn mouw, aan de hand waarvan hij het toe- of afnemen van Boltzmanns H illustreert. Of P alles nog verwerkt heeft is moeilijk te zeggen, omdat de bladzij-aanduidingen natuurlijk niet overeenkomen met de gedrukte versie van het artikel.

Leiden, 18 October 1908

Zeer geachte Heer Postma,

Ik ben er eindelijk toe gekomen, Uw artikel, dat ik U hierbij terugzend, rustig te lezen; gaarne zal ik het voor het Zittingsverslag der Akademie aanbieden nadat gij de veranderingen hebt aangebracht, die U wenschelijk voorkomen. Vergun mij omtrent den inhoud enkele opmerkingen, die van weinig beteekenis zijn te maken:
-1- Opp.p. 5 en 6 waar er van de horizontale en verticale "strookjes" sprake is, zou de duidelijkheid misschieniets kunnen verhoogd worden. Wanneer ik lees (p. 5 onderaan) "van de smalle strooken begrensd door dezelfde snelheidscombinaties" denk ik een oogenblik aan verticale strooken.
Wel word ik onmiddellijk in het rechte spoor gebracht, maar het werkt toch storend.
Het is mij niet recht duidelijk, waarom gij op p. 6 r. 13 erbij voegt "daar we de strooken oneindig smal denken" en het komt mij voor dat gij wat sterk de uitwisseling der voorstellende punten tusschen boven elkaar liggende deelen der figuur ("uitwisseling in verticale richting" kan men zeggen) tegenover de uitwisseling in horizontale richting op den voorgrond stelt, wanneer gij zegt dat de laatste de eerste tegenwerkt, en dat de "storende invloed" van de laatste tot 0 nadert. \men kan natuurlijk de rollen van de twee uitwisselingen ook wel omkeeren, en de zaak komt hierop neer dat een verdeeling der punten mogelijk is waaraan noch door de uitwisseling in de eene noch door die in de andere richting iets wordt veranderd.
Maar dit alles betreft de wijze van inkleeden en in den grond der zaak ben ik het geheel met U eens.
Zou het niet genoeg zijn te zeggen dat Fig. 2 een "symbolische" voorstelling geeft?
-2- Legt gij er op p. 9 niet al te zeer den nadruk op dat "de eigenschappen die B.[71] *aan een ongeordend systeem toekent, bij één bepaald systeem niet kunnen voorkomen, enz."*
Ik geef gaarne toe dat het veelal voordeelen oplevert, in plaats van één enkel stelsel een ensemble van stelsels te beschouwen, maar ik kan mij toch ook nog wel eens tot de behandeling van één stelsel beperken en daarop beschouwingen zoals die van Boltzmann toepassen.
Ik kon mij zeer goed voorstellen dat in een werkelijk gas de toestand op zeker oogenblik werkelijk werkelijk door de functie f bepaald wordt. Maar misschien is het Uwe bedoeling dat dit in een werkelijk gas dan niet ook op alle latere oogenblikken het geval zou zijn, en is het daarom dat gij aan de beschouwingen van het ensemble zooveel waarde hecht. Ik wil het voordeel dat daarmee bereikt wordt, niet ontkennen, maar moet toch opmerken dat wij, daar wij après tout toch over werkelijke lichamen te spreken hebben, aan zekere onderstellingen niet kunnen ontkomen. Willen wij niet (ons tot één lichaam bepalende) onderstellen dat hierin

[71] Boltzmann.

de toestand steeds "ongeordend" kan zijn, dan moeten wij aannemen dat die toestand zoo is dat het lichaam in waarneembare eigenschappen met het meest voorkomende stelsel uit een ensemble overeenstemt.
In ieder geval lijken mij Uwe beide laatste volzinnen op deze bladzijde wel wat ingewikkeld. Het zal den lezer, vrees ik, doen duizelen (men moet ook denken aan lezers, die zich niet geheel in het onderwerp kunnen verdiepen) dat men eerst door trekking uit een ensemble een systeem krijgt, dan/daar[?], als geheel van de "daarbij mogelijke systemen" een ensemble, en dat dit dan een systeem voorstelt.

-3- Op p. 12 voert gij een functie $\bar{f}'$ in als middelwaarde over zekere zeer kleine extensies ΔOΔω van de functie f'. Mij dunkt dat er niets tegen is die $\bar{f}'$ als een functie van x, y, z, ξ, η, ζ te beschouwen. Men kan b.v. aldus te werk gaan. Welke waarden men ook aan de coördinaten x, y, z, ξ, η, ζ van een punt P toekent, men kan steeds het gebied waarvan men het gemiddelde van f' neemt, zich even ver en op dezelfde wijze rondom P laten uitstrekken (b.v. door af te spreken dat in dat gebied elke der 6 coördinaten een bepaald bedrag boven en ook evenveel beneden de waarde komt die zij in P heeft). Vervolgens kan men de waarde die men voor $\bar{f}'$ vindt, aan het punt P toekennen; zij zal een functie van x, y, z, enz. zijn, en wel een in tegenstelling met f' zelf (zooals die op den duur wordt) langzaam veranderlijke functie.

Niets belet ons nu, na vervanging van $\overline{\frac{df'}{dx}}$ door $\frac{d\,\overline{f'}}{dx}$ (zooals gij $\frac{d\,\overline{f'}}{dt}$ vervangt door $\overline{\frac{df'}{dt}}$), in plaats van Uwe som $\sum \log \overline{f'} \left\{ \xi \frac{d\,\overline{f'}}{dx} + \ldots \right\} \Delta O \Delta \omega$ te schrijven een integraal $\int \log \overline{f'} \{\ldots\} dO d\omega$, waarvan wij eindelijk tot een oppervlakte-integraal kunnen overgaan. Wanneer ik hierin gelijk heb, en wanneer met name

$\overline{\frac{df'}{dx'}} = \frac{d\,\overline{f'}}{dx}$*, enz. ……………………………………… (1)*

mag worden gesteld, wat ik wel geloof, dan zoudt gij toch niet de ware reden hebben aangegeven, waarom de redeneering van Boltzmann niet op $\overline{f'}$ mag worden toegepast. Veeleer zou die reden dan hierin gezocht moeten worden dat de differentiaalvergelijking

$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \frac{\partial f}{\partial x} + \eta \frac{\partial f}{\partial y} + \zeta \frac{\partial f}{\partial z} = 0$*, ………………………..(2)*

waaraan f, als wij van de botsingen afzien, voldoet, niet op $\overline{f'}$ mag worden toegepast. Men kan natuurlijk uit (2) afleiden

$$\overline{\frac{\partial f'}{\partial t}}+\overline{\xi\frac{\partial f'}{\partial x}}+\overline{\eta\frac{\partial f'}{\partial y}}+\overline{\zeta\frac{\partial f'}{\partial z}}=0\,,$$

Maar het is twijfelachtig of men mag stellen

$$\overline{\xi\frac{\partial f'}{\partial x}}=\xi\,\overline{\frac{\partial f'}{\partial x}}\text{ , enz. ……………………………………..(2')}$$

<en moet nl. bedenken dat bij het opmaken der gemiddelden ook voor ξ, η, ζ zekere speelruimte moet worden toegelaten, en dat binnen de grenzen daarvan f' zeer snel en aanmerkelijk kan veranderen voor uiterst kleine veranderingen van ξ, η, ζ. Dit volgt hieruit dat op den langen duur, als er geen botsingen zijn, in een zelfde volume-element molekulen met zeer weinig verschillende snelheden voorkomen, die oorspronkelijk plaatsen innamen op eindigen afstand van elkaar verwijderd.
Dit alles zijn subtiele quaesties, die echter gelukkig in zeker opzicht weinig ter zake doen, want ieder zal toegeven dat bij de beschouwingen van Boltzmann (evenals bij soortgelijke beschouwingen van mij zelf) over het hoofd is gezien dat de beweging der molekulen tot een vermindering van H moet leiden wanneer men niet den "entropie fine", maar zooals men moet doen, den "entropie grossière" in het oog vat.
Dit is zeker een "fout", maar wanneer wij daaroverheen stappen en ons nu maar eens aan de entropie fine houden, geloof ik niet dat wij aanmerkingen op B's redeneeringen kunnen maken; het komt mij voor dat dan ook de bewering van Boltzmann op p. 126 van deel I zijner Gastheorie, waartegen gij in een Uwer brieven bezwaar maakt, wel te verdedigen is.
Om de gedachten te bepalen heb ik eens het geval genomen dat het gas in een oneindige ruimte in een naar x periodieken toestand verkeert. Laat op den tijd t=0

$$f=(a+b.\cos nx)e^{-hr^2}\text{ ……………………………………….. (3)}$$

Zijn (b<a), d.w.z. overal de wet van Maxwell, overal dezelfde temperatuur, geen stroomsnelheden, maar een dichtheid die periodiek met x verandert.
Zien wij van de botsingen af, dan wordt op elken lateren tijd t de toestand bepaald door

$$f=[a+b.\cos n(x-\xi t)]e^{-hr^2}\text{ ; ……………………………….. (4)}$$

immers, dit voldoet aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\xi\frac{\partial f}{\partial x}=0\,.$$

Men kan nu de berekening van

$$H=\int f.\log f.do.d\omega$$

uitvoeren voor een cilindrische ruimte waarvan de hoogte in de richting der x-as =2π/n (een periode of golflengte) is, en zal dan ongetwijfeld vinden dat H <u>niet</u> verandert.
Om eenigszins lange berekeningen te ontgaan kan men zich beperken tot zes kleine waarden van t dat de derde en hoogere machten daarvan kunnen worden verwaarloosd; daardoor gaat (4) over in

$$f = (a + b.\cos nx + nb\xi t.\sin nx - \tfrac{1}{2} n^2 b \xi^2 t^2.\cos nx)e^{-hr^2} \quad \ldots (5)$$

Men kan nu gemakkelijk door rechtstreeksche berekening verifieeren dat H van den toestand (5) even groot is als voor (3). Verder kan men aantoonen dat in den toestand (5) de dichtheid voor elke waarde van x even groot is als bij den toestand die door

$$f = (a + b'.\cos nx)e^{-hr^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

bepaald is, waarbij

$$b' = b\left(1 - \frac{n^2 t^2}{4h}\right),$$

dus b'<b is. Voor dezen toestand (6) is H kleiner dan voor (3).
Daar bij (5) niet en bij (6) wel aan de wet van Maxwell voldaan is kan men zich voorstellen dat (6) uit (5) door botsingen ontstaat. Wij kunnen ons voorstellen dat, wanneer van het begin af de botsingen in het spel zijn geweest, aanstonds (6) ontstaat, en wij hebben dan B's uitkomst dat H <u>*door de botsingen*</u> *afneemt. Maar er is ook niets tegen, wanneer wij van de botsingen af zien, bij de vergelijking van den begintoestand (3) met den eindtoestand (5) een denkbeeldigen tusschentoestand (6) in te schakelen, en het verschil* H_5–H_3 *(waarvan wij weten dat het 0 is) zoo op te vatten:*
$H_5–H_3=(H_6–H_3)+(H_5–H_6)$.
H_6–H_3 *kan men opvatten als een H-vermindering ten gevolge van de plaatsverandering der molekulen (met behoud van den wet van Maxwell gedacht),* H_5–H_6 *als een H-vermeerdering ten gevolge van een* <u>*wijziging in de snelheidsverdeeling*</u> *(bij dezelfde verdeeling der molekulen over de ruimte). Als wij het zoo verstaan, kunnen wij wel zeggen dat het constant blijven van H bij den overgang (3)→(5) hieraan te danken is dat de vermindering door de gedeeltelijke vereffening der dichtheidsverschillen gecompenseerd wordt door de toename die de afwijking van de wet van M meebrengt; aan den eenen kant* <u>*meer*</u> *waarschijnlijke verdeeling van het gas over de ruimte, aan den anderen kant* <u>*minder*</u> *waarschijnlijke snelheidsverdeeling.*
Dat de compensatie <u>*volkomen*</u> *is, is werkelijk niet toevallig of verrassend te noemen;het ligt in de grondvergelijkingen opgesloten.*
Misschien kan het hier beschouwde bijzondere geval of een dergelijk ook dienen om licht te geven over den vraag of (2') juist was.
Het komt mij voor dat men ten slotte omtrent de grootheid H het volgende kan zeggen. Er zijn twee redenen waarom H afneemt, 1° de beweging der molekulen en 2° de botsingen. De eerste oorzaak is alleen werkzaam wanneer men op de entropie grossière let. De tweede ook dan wanneer men de entropie fine in het oog vat. Stelt men zich op dit laatste standpunt, dan kan toch nog gezegd worden dat in den eindtoestand, wanneer H een minimum is, de verdeeling der molekulen over de ruimte gelijkmatig is, ofschoon het afnemen van H <u>*direct*</u> *alleen door de botsingen wordt teweeggebracht. De zaak is nl. dat wanneer de definitieve snelheidsverdeeling bestaat met ongelijkmatige verdeeling over de ruimte, onmiddellijk een*

toestand ontstaat waarbij in de afzonderlijke volume-elementen de wet van M. niet doorgaat; de botsingen zullen dan H verder kunnen doen afnemen.
In werkelijkheid zullen nu als men de grove entropie beschouwt, de beide genoemde omstandigheden H doen afnemen. Of het de eene of de andere is die op den voorgrond treedt, zal van de lineaire afmetingen der afwijkingen van den evenwichtstoestand (de golflengte in het boven besproken voorbeeld) en de afmetingen van het vat waarin het gas besloten is, in verband met de lengte van den gemiddelden weg tusschen twee botsingen, afhangen.
-4- p. 15. Ik moet opmerken dat men wel is waar de bestudeering van een systeem tot die van kanonische ensembles kan terugbrengen wanneer het systeem uit naast elkaar liggende deelen bestaat, die elk op zichzelf in evenwicht verkeeren, door nl. aan elk dier deelen een kanonisch ensemble te laten beantwoorden, en dat men zoo men wil kan zeggen dat deze kanonische ensembles te zamen een niet kanonisch ensemble vormen, maar dat deze weg niet open staat, wanneer de toestand in de afzonderlijke elementen niet een toestand van evenwicht is. In zoodanig geval, b.v. wanneer men met een dissocieerend gas te doen heeft, waarin het dissociatie-evenwicht niet bereikt is, is het niet aanstonds te zeggen, welk niet kanonisch ensemble beschouwd dient te worden, al zal men het misschien wel bij definitie op een geschikte wijze kunnen vaststellen. Een andere opvatting is, het niet in evenwicht verkeerend stelsel te beschouwen als een systeem, en wel niet het meest voorkomende systeem, van een zeker kanonisch ensemble, nl. van het ensemble dat aan den evenwichtstoestand beantwoordt, dien het stelsel na verloop van tijd aanneemt.
-5- De derde vraag op p. 18 zou men, dunkt mij, wat nader moeten preciseren. Ik heb de berekeningen die gij in de laatste bladzijden geeft, niet nagegaan, maar twijfel er niet aan dat zij in orde zijn. Alleen, zou het niet beter zijn, op p. 21 bovenaan, niet van "strijd" met de thermodynamica te spreken? Ik geloof niet dat er ooit sprake van strijd tusschen de beschouwingswijze van G.[72] *en de thermodynamica is; komt men omtrent de entropie eens tot verschillende conclusiën, dan ligt dat alleen aan de wijze waarop men dit begrip opvat.*
Vergun mij tenslotte nog een opmerking te maken naar aanleiding van wat gij in een Uwer brieven zegt, nl. dat Dr. Ornstein herhaaldelijk in zijn dissertatie een (niet bestaande) analogie met de thermodynamica zoekt te verkrijgen door invoering eener Ψ_0. Het is mij niet duidelijk welk bezwaar gij kunt hebben tegen zijne § 18, waarin hij m.i. op juiste wijze doet zien dat de evenwichtsvoorwaarde die hij naar de methode van G. afleidt, in den grond der zaak dezelfde is, waartoe de thermodynamica leidt.
Ik moet U eindelijk nog mijn dank betuigen voor de opmerkingen die gij zoo vriendelijk waart omtrent een paar plaatsen in mijne "Abhandlungen" te maken. Op p. 229 staat werkelijk een lapsus calami[73]*: er moet staan "pro Masseneinheit".*
Wat p. 237 betreft, voor een "volkomen" gas geldt toch ongetwijfeld voor de dichtheid een uitdrukking van den vorm e^{-Cz} (en niet $e^{C/z}$). Men zou natuurlijk bezwaar kunnen maken tegen de onderstelling dat het gas tot zeer groote dichtheden toe "volkomen" blijft, een

[72] Gibbs.
[73] Latijn: fout van de pen, schrijffout.

onderstelling trouwens, die alleen gemaakt is om de mathematische berekening te vereenvoudigen. Men kan de uitkomst waar het om te doen is, ook krijgen door aan te nemen dat in de verticale kolom geen grootere of kleinere partieele dichtheden voorkomen dan in de werkelijk te beschouwen mengsels gevonden worden. De zinsnede eindelijk op p. 297 "Daraus folgt unmittelbar, enz." moet in den zin worden opgevat, dien gij aangeeft.
Wanneer gij mij Uw artikel aan het einde dezer week of het begin der volgende terugzendt, zal ik het aan Prof. van der Waals zenden, en kan het den 31^sten^ dezer worden aangeboden.
Met vriendelijken groet hoogachtend,
Uw dienstw.
H.A. Lorentz

NUMMER	37
SOORT	Handgeschreven brief van een pagina
VAN	Born[74]
DATUM	12-12-1910
ARCHIEF	FLMD, TRL
INHOUD	Born vraagt om Postma's 'Abhandlungen über statistische Mechanik'. Hij stuurt ook eigen werk mee. (Ook op dit achteraf bijzondere document heeft Postma allerlei kladaantekeningen over van alles gemaakt.)

Göttingen, 12.12.10

Sehr geehrter Herr,

Von Herrn Dr. L.S. Ornstein habe ich Ihre Adresse erfahren. Dürfte ich mir die Bitte erlauben, dass Sie mir Abzüge Ihrer Abhandlungen über statistische Mechanik senden? Ich interessiere mich sehr für diesen Gegenstand. Beiliegend schicke ich Ihnen einige meiner

[74] Max Born (1882-1970) was een Duits fysicus, die in 1954 de Nobelprijs kreeg voor zijn werk aan de statistische interpretatie van de quantummechanica.


Max Born

Arbeiten.
Mit vorzüglicher Hochachtung
Privatdozent Dr. M. Born,
Göttingen, Nikolausberger Weg 49

NUMMER	38
SOORT	Handgeschreven brief van zeven pagina's
AAN	Lorentz
DATUM	12-02-1911
ARCHIEF	NHA
INHOUD	P is in zijn eerdere discussie met Ornstein vastgelopen in allerlei interpretatiekwesties. Ornstein komt er ook niet uit. Hij vraagt hulp.

Groningen 15 Febr. '11

Hooggeleerde Heer,

Hierbij neem ik de vrijheid U nog eens lastig te vallen ten einde Uwe meening betreffende eene moeilijke kwestie te vragen. U zult zich herinneren, dat ik in 1909 U een artikeltje toezond met een paar opmerkingen over de afleiding door dr. Ornstein gegeven van de formule voor den druk van een gas. Een dier opmerkingen was, dat dr. O. ten onrechte over het geheele ensemble, of beter extensie, de aantrekkende energie E3=C–α/v zou gesteld hebben, in plaats van over elk deel der extensie de daarbij behoorende energie te neemen. Dr. O. heeft dit toen bestreden, maar ik ben niet overtuigd.
Daar ik geen nieuwe gezichtspunten wist, heb ik er echter maar niet op geantwoord. Later vond ik echter wel verschillende dingen de opmerking waard.
In de eerste plaats dit, dat dr. O.'s formule slechts naar den vorm overeenkomt met die door de gewone methodes verkregen, maar niet geheel naar het wezen. De constante α is nl. een andere. De formule van dr. O.

(58) $p+\frac{\alpha}{2m^2v^2}=\frac{RT}{v}\left(1+\frac{b}{v}\right)$ *heeft nl. als α:*

$\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} 4\pi r^2 dr \int_r^{\sigma_2} f(r)dr$ *, als σ_1=diam. molecuul en σ_2=straal werkingssfeer.*

Stelt men $\alpha/(2m^2)=a$, dan wordt dus $a=\frac{2\pi}{m^2}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} r^2 dr \int_r^{\sigma_2} f(r)dr.$

Hierbij zou de a uit de viriaal berekend moeten overeenkomen. Deze is echter

$$\frac{2\pi}{3m^2}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} r^3 f(r)dr.$$

Nu is

$$\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} r^2 dr \int_{r}^{\sigma_2} f(r)dr = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} r^2 F(r)dr = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} F(r)d(\tfrac{1}{3}r^3) = [\tfrac{1}{3}r^3 F(r)]_{\sigma_1}^{\sigma_2} + \tfrac{1}{3}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} r^3 f(r)dr = \tfrac{1}{3}\sigma_1{}^3 F(\sigma_1) + \tfrac{1}{3}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} r^3 f(r)dr.$$

De eerste term geeft dus het verschil der a's aan.
Ik sprak hierover met dr. O., die hierin echter geen reden vond zijne opvattingen te wijzigen, maar ook geen verklaring voor het verschil kon vinden.
Nu is het echter wel eigenaardig, dat bij de aanname van een zeer verdund gas (slechts 1 molecule in werkingssfeer van den ander) zoals Reinganum heeft onderzocht, de viriaalmethode en die van dr. O. wel precies dezelfde uitkomst geven.

Hier heeft dan ook dr.O. niet over de geheele extensie steeds dezelfde energie in $e^{-\frac{E_q}{\vartheta}}$ *ingevuld, maar telkens behoorlijk bij iedere plaatsing van de moleculen de energe, daarbij behoorende, gevoegd (bij benadering).*
Ten derden heeft Prof. Planck ook een afleiding van de toestandsvergelijking ge
Sitz[ungs] Ber[ichte] der Kön[iglichen] Pr[eussischen] Ak[ademie] v[on] W[iss E_q aan: $-\alpha\frac{N}{v}$
1908, waarin hij een microcanonisch ensemble beschouwt, de entropie S als de log[aritme] der talrijkheid neemt en nu de S zoekt, die bij constante E_I maximaal wordt; beide beschouwd als functie van f (de toestandsverdeeling). Hij vindt dan dezelfde formule als dr. O. maar neemt ook bij voorbaat in E voor E_q aan: $-\alpha N/v$, waarbij dus ook voor het geheele ensemble de verdeeling homogeen is aangenomen.
Nu bewijst dr. O. dat men een kleine fout maakt, als men voor de geheele extensie de factor $e^{\frac{n^2\alpha}{2\vartheta v}}$ *standvastig neemt. Laten we dit aannemen, dan berust toch dit bewijs op de formule (108) waarbij voor elk der elementjes de factor op* $e^{\frac{n_k{}^2\alpha}{2\vartheta dv_k}}$ *gesteld wordt, waarbij dus de werkingssfeer homogeen gevuld wordt aangenomen. Dus reeds van te voren wordt over de geheel extensie de werkingssfeer homogeen gevuld aangenomen. Is dit geoorloofd? Dit bevat nog 2 aannamen: 1. in het meest voorkomende systeem mag men de werkingssfeer homogeen gevuld aannemen. 2. in dit opzicht komt het grootste deel (verreweg) der extensie met dat systeem overeen.*
De eerste aanname komt overeen met de onderstelling van de viriaalmethode, waar men slechts 1 systeem beschouwt; de 2^e^ wordt er door Ornstein en Planck bij aangenomen. Het 1^e^ is voorzoover mij bekend is nog nergens uit de leer der ensembles afgeleid.
Men moet dan toch voorlopig aannemen: w.s. {werkingssfeer} niet homogeen gevuld, krijgt de functie θ van dr. O. in plaats van X[?] en vindt nu ook wel dat in het meest voorkomende systeem de n_k=C in de elementjes, maar deze elementen zijn groot ten opzichte van de werkingssfeer, daar anders de θ niet als functie van n_k mag beschouwd worden, wat bij de

$\sigma_1 = 0$

redeneering noodig is.
Dus hieruit volgt niet, dat in het meest voorkomend systeem de werkingssfeer homogeen gevuld is.
Er blijkt dus dunkt mij wel iets niet in den haak te zijn met die aanname van de homogene werkingssfeer.
Nu is echter voor mij nog een moeilijkheid de wijze waarop het verschil tusschen de beide a's voor den dag komt nl. in den vorm $\frac{1}{3}\sigma_1^3 F(\sigma_1)$ *zoodat het dus nul wordt als* $\sigma_1=0$ *of als de diameter der moleculen verwaarloosd wordt. Van zulk een vorm zou, dunkt mij, het verschil niet kunnen zijn, als dr. O. bepaald een fout maakte, als hij de energie van het meest voorkomende systeem voor de geheele extensie laat gelden. Die fout zou toch ook blijven als de moleculen geen volume hadden. Ik moet dus wel aannemen, dat er in de aanname van de homogene werkingssfeer zelf iets schuilt, wat bij Boltzmann en dr. O. een verschillende uitwerking heeft.*
Toch staat hier weer iets anders tegenover, nl. dit, dat, als ik bij de Reinganumsche opvatting ook eens zoo handelde als dr. O. bij de V.d.W.{Van der Waals} opvatting deed, nl. eerst de geheele extensie uitrekenen (voorzoover deze na de botsing in rekening gebracht te hebben over is) en dan dit vermenigvuldigen met $e^{-(\text{meest voorkomende aantr[ekkings]energie})}$ *ik andere uitkomsten krijg dan dr. O. nu krijgt. Dus hier zou ook niet de energie over de extensie constant gerekend mogen worden. Hetzelfde resultaat krijg ik, als ik in plaats van de afstooting door aftrekking van volume in rekening te brengen, de extensie* V^n *vermenigvuldig met* $e^{-(\text{meest voork[omende] afst[otings]energie})}$.
Zoo sta ik voor allerlei moeilijkheden en het doel van mijn schrijven is thans U te vragen of U misschien niet een richting zoudt kunnen aanwijzen, waarin ik de oplossing zou moeten zoeken.
Ik heb op aanwijzing van dr. O. ook al in deze richting gezocht, dat de berekening van de formule voor p volgens de viriaalmethode niet geheel in orde zou zijn, maar ook hier heb ik geen leemte kunnen vinden. Als U dus eens een oogenblik tijd hebt, welken kostbaren tijd U reeds zoo dikwijls te mijnen bate gebruikt hebt, hoop ik dat U zoo goed zult willen zijn aan deze kwestie eens te denken.

Met de meeste hoogachting
Uhooggel. dw. dn.
O. Postma

NUMMER	39
SOORT	Handgeschreven brief van twee pagina's
AAN	Lorentz
DATUM	05-09-1911
ARCHIEF	NHA

INHOUD Antwoord op brief, die waarschijnlijk Lorentz' reactie was op brief 38.

Groningen 5 Sept '11

Hooggeleerde Heer

Mag ik U in de eerste plaats mijn dank betuigen voor Uw vriendelijk antwoord van 27 Aug. j.l.
Inderdaad komt het mij voor, dat U duidelijk aantoont, dat de hypothese der homogeen gevulde werkingssfeer alleen enigszins juiste resultaten kan leveren als $\frac{1}{3}\sigma_1^{\ 3}F(\sigma_1)$ *klein is.*
Nu zou op zich zelf echter deze onjuistheid, dit niet overeenstemmen met de werkelijkheid, nog niet verklaren kunnen dat men met deze hypothese langs verschillende wegen verdergaande verschillende uitkomsten krijgt. Als alles logisch in elkaar zat zou men hetzelfde resultaat moeten krijgen, al was het dan niet in overeenstemming met de werkelijkheid. Zou het dus niet meer de onmogelijkheid "Unzulassigkeit" van het beeld zijn, die deze verschillende uitkomsten bewerkt?
Aan de eene kant wordt de werkingssfeer homogeen gevuld aangenomen, maar tegelijk heeft de molecule, die men beschouwt, een diameter σ_1.
Behoorde men deze σ_1 *nu ook niet tot nul te laten naderen? Verder strijdt dunkt mij ook de aanname van een homogeen agens tegen de grondslagen van de geheele molecuultheorie.*
In elk geval geloof ik nu ook wel, dat de term $\sigma_1^{\ 3}F(\sigma_1)$ *niets zal kunnen beslissen, omtrent de juistheid der verschillende theorieën, hetzij den viriaaltheorie of die van Ornstein.*

Met de meeste hoogachting
Uhooggel. dw. dn.
O. Postma

NUMMER	40
SOORT	Handgeschreven brief van twee pagina's
AAN	Lorentz
DATUM	30-06-1915
ARCHIEF	NHA
INHOUD	Postma reageert op een artikel van Lorentz 'over de entropie van volkomen gassen' met een 'korte studie' die hij 'gaarne ook in de verslagen van de Academie opgenomen' zou zien.

Groningen, 30 Juni '15

Hooggeleerde Heer

Hierbij neem ik de vrijheid U wederom eenige bladzijden toe te zenden, die een korte studie bevatten, welke ik vooral naar aanleiding van een artikel van Uw hand "over de entropie van volkomen gassen" was begonnen.
Indien U mocht denken, dat dit werk ook voor anderen van eenig belang zou kunnen zijn, zoude ik het gaarne ook in de Verslagen van de Academie zien opgenomen.
De ondervinding heeft mij echter geleerd, dat op mijn werk nog wel eens iets is aan te merken, zoodat verbeteringen gewenscht zijn; ik ben dus zoo vrij een paar postzegels voor eventueele toezending hierbij in te sluiten. Hopende U niet te veel moeite te veroorzaken, heb ik de eer te zijn,

met de meeste hoogachting
Uhooggel. Dw.dn.
O. Postma

NUMMER 41
SOORT Handgeschreven brief van zestien pagina's
VAN Lorentz
DATUM 24-10-1915
ARCHIEF UBL
INHOUD Uitvoerig commentaar op P's concept voor het artikel 'Entropie en waarschijnlijkheid'. Misschien is het L's eerste reactie op brief 40, want de brief begint: 'Eindelijk kom ik ertoe, U eenige opmerkingen over Uw stukje 'Entropie en waarschijnlijkheid' te maken'. In de brief komen nogal wat onderstrepingen voor. Welke van L zijn of wellicht aangebracht door P, is niet geheel duidelijk.
Hierbij hoort de ongedateerde en incomplete handgeschreven notitie van L (een soort journaalpagina), die hij waarschijnlijk in zijn notitieboek als voorbereiding op de brief aan P geschreven heeft. Deze is onder deze brief getranscribeerd.

Haarlem, 24 October 1915

Zeer geachte Heer Postma,

Eindelijk kom ik ertoe, U eenige opmerkingen over Uw stukje: 'Entropie en waarschijnlijkheid' te maken. Tot de eerste daarvan vind ik aanleiding in hetgeen gij op p. 5 zegt.
Wij verdeelen de phase-uitgebreidheid μ van één molekuul in een groot aantal gelijke gebieden g_1, g_2, g_3, enz. en kunnen om de gedachten te bepalen aannemen dat elk gebied g is "samengesteld" uit een kleinen kubus g' in de configuratieuitgebreidheid – en een dergelijken

kubus g'' in de uitgebreidheid der hoeveelheid van beweging, zoodat de ribben evenwijdig aan de coördinaatassen loopen en de cubi g' alle onderling gelijk zijn, evenals de cubi g''. Elke g is dan het product van g' en een g''. Wij kunnen bij elke g', g'' en g van een "middelpunt" spreken.
Wanneer verder wat de cubi g'' betreft, 8 daarvan in den oorsprong O van het diagram der hoeveelheid van beweging samenkomen, zullen er telkens een zeker aantal cubi g'' zijn, waarvan de middelpunten even ver van dien oorsprong liggen, zoodat een door het middelpunt van den eersten kubus g'' gaand boloppervlak, om O beschreven, ook door de middelpunten der andere gaat.

Maar er zullen ook cubi $\overline{g''}$ *zijn, die wel is waar door dien bol worden doorsneden, maar waarvan het middelpunt niet op den bol ligt. Zelfs, wanneer de straal van den bol wat groot wordt ten opzichte van de afmetingen van de cubi, zal het aantal der cubi* $\overline{g''}$ *aanmerkelijk grooter worden dan dat der cubi die hun middelpunt op den bol hebben.*
Wij zullen de cubi g'', die hun middelpunten op denzelfden bol hebben, en waarvoor dus de "middelpuntsenergie" dezelfde is, "gelijkwaardig" noemen.
Onder de gebieden g zijn er nu ook vele die in dezen zin gelijkwaardig zijn. Eén gebied g is nl. het product van een bepaalde g'_i *met een bepaalde* g''_j *en men krijgt een gelijkwaardig gebied g, wanneer men* g'_i *door een willekeurige andere* $g'_,$ *en evenzoo wanneer men* g''_j *door een daarmee gelijkwaardige g'' vervangt.*
Stelt men nu den eisch dat n_1 *aangewezen molekulen in* g_1 *zullen liggen,* n_2 *bepaalde molekulen in* g_2*, enz., dan moet dat systeempunt A, dat den toestand van het stelsel in de phase-uitgebreidheid Γ aangeeft, in een element G liggen, dat te beschouwen is als een combinatie van* n_1 *maal* g_1*,* n_2 *maal* g_2*, enz., en dat de grootte*
$G=g^N$
heeft. Voor dat gebied G heeft de "middelpuntsenergie" een bepaalde waarde E_0*, en er zullen een aantal andere gebieden G', G'', … zijn, waarvoor zij even groot is. Men krijgt zoodanig gebied b.v. wanneer men in de combinatie* $g_1^{n_1} g_2^{n_2}$ *, … een der gebieden* g_1*,* g_2*, … door een daarmede gelijkwaardig vervangt. Ook kan het wel eens zoo treffen, dat men de getallen* n_1*,* n_2*, … kan veranderen en toch precies dezelfde middelpuntsenergie behoudt; dat geeft dan aanleiding tot een nieuw gebied G, gelijkwaardig met dat waarvan men uitging.*
Stelt men nu niet den eisch dat n_1*,* n_2*, … bepaalde molekulen in* g_1*,* g_2*, … zullen liggen, maar verlangt men dit van* n_1*,* n_2*, … willekeurige molekulen, welke dan ook, dan gaat elk gebied G in een Z-ster over, die*

$$\frac{N!}{n_1!.n_2!...}$$

gebieden G bevat. Er kunnen nu blijkens het gezegde vele "gelijkwaardige" Z-sterren zijn, die alle de "middelpuntsenergie" E_0 *hebben, en bij welke alle de middelpunten der samenstellende gebieden G dus juist op het oppervlak* $E=E_0$ *liggen. Maar op grond van het* *boven over de gebieden g'' gezegde, zal men zich moeten voorstellen dat er behalve de Z-sterren* $\overline{S}$ *, die in dit geval verkeeren, nog vele andere* $\overline{\overline{S}}$ *zullen zijn, die wel door het oppervlak doorsneden worden, maar de middelpunten hunner gebieden G min of meer daarbuiten hebben.*

Het "schaalvormig" gebied E(Z)=E_0*, waarvan gij op p. 5 spreekt, is nu het gebied van al de Z-sterren* $\overline{S}$ *. Het kan schaalvormig genoemd worden omdat het zich langs het oppervlak* E_0 *uitstrekt, maar het zal zich niet langs het geheele oppervlak, en misschien slechts langs een zeer klein deel daarvan uitstrekken. Wat de verhouding van de eene beschouwde ster tot* $\overline{S}$ *is, hangt blijkens het gezegde geheel af van de mate, waarin er "gelijkwaardige" gebieden G bestaan; men ziet dan ook niet in hoe die verhouding iets met de entropie kan te maken hebben. Met het beschouwen dezer verhouding is men, dunkt mij, wel heel ver afgedwaald van de waarschijnlijkheid die redelijkerwijze als maat van de entropie kan worden opgevat.*

Natuurlijk worden de beschouwingen gewijzigd als men in plaats van de middelpuntsenergie aan een bepaalde waarde te binden, daarvoor een zekere speelruimte toelaat, maar hiervan hebt gij niet gesproken.

Met het oog op hetgeen gij verder op p. 5 en 6 zegt moet ik het volgende opmerken.

Om precies het volume van Uw schaalvormig gebied E(Z)=E_0 *te bepalen, zou men alle Z-sterren in het oog moeten vatten, die in dat gebied, dat ik straks* $\overline{S}$ *noemde, begrepen zijn. Een dier Z-sterren heeft de grootte*

$$\frac{N!}{n_1!.n_2!\ldots}g^N$$

en zullen[?] we dit moeten sommeeren. De uitkomst hangt er geheel van af in hoeverre er gelijkwaardige gebieden g'' zijn en in hoeverre men precies dezelfde middelpuntsenergie kan krijgen, door andere waarden aan n_1, n_2, … *te geven. Dus wordt de uitkomst door betrekkelijk toevallige omstandigheden bepaald.*

Een andere vraag is het hoever een der gebieden G buiten het oppervlak E=E_0 *uitsteekt. Liggen alle molekulen in de middelpunten der elementen g, dan ligt het systeempunt A op het oppervlak. De N molekulen mogen dan de coördinaten*

$q_1 \ldots. q_{3N}, p_1, \ldots p_{3N}$

hebben. Ik onderstel dat $p_1, \ldots p_{3N}$ *positief zijn. Wij kunnen nu de energie grooter maken, en dus een flink eind buiten het oppervlak* E_0 *komen, als wij de p's van al de molekulen met* $\frac{1}{2}\Delta p$ *laten toenemen, waarin* Δp *de ribbe van den kubus voorstelt, dien wij voor de gebieden g'' gekozen hebben.. Om eenigermate te beoordeelen hoe ver wij dan wel met systeempunt A' buiten het oppervlak* E_0 *gekomen zijn, bereken ik de projectie van AA' op de normaal in het punt A aan het oppervlak getrokken.*

De vergelijking van het oppervlak is

$$\frac{p_1{}^2 \ldots + p_{3N}{}^2}{2m} = E_0$$

en de richtingsconstanten met betrekking tot de coördinaten
$q_1 \ldots q_{3N}, p_1, \ldots p_{3N}$
zijn

$$0,\ldots,0,\frac{p_1}{\sqrt{p_1{}^2 + \ldots + p_{3N}{}^2}},\ldots,\frac{p_{3N}}{\sqrt{p_1{}^2 + \ldots + p_{3N}{}^2}}.$$

Daaruit volgt
Proj[ectie] van AA' op normaal= $\dfrac{p_1 \Delta p + \ldots p_{3N}\Delta p}{2\sqrt{p_1{}^2 + \ldots + p_{3N}{}^2}}$,
wat men dan met den "straal" $\sqrt{p_1{}^2 + \ldots + p_{3N}{}^2}$ *van het oppervlak E_0 kan vergelijken. De verhouding is*

$$\frac{p_1 + \ldots + p_{3N}}{p_1{}^2 + \ldots + p_{3N}{}^2}.\frac{\Delta p}{2}.$$

Men kan natuurlijk ook nagaan met welk bedrag bij den overgang van A naar A' de energie toeneemt. Men vindt dan

$$\frac{1}{m}(p_1 + \ldots + p_{3N})\frac{\Delta p}{2} + \frac{1}{2m}.3N.\left(\frac{\Delta p}{2}\right)^2;$$

waarbij de relatieve grootte der termen door de verhouding van Δp tot de waarden van $p_1, \ldots p_{3N}$ bepaald wordt.
Ik begrijp niet goed wat gij op p. 6 bedoelt met het "kleinste bedrag, waarmede E_0 op komt[?]". Bedoelt gij de verandering van E_0 als men een gebied G tot aan de grens doorloopt, zoals boven ondersteld werd (men zou dan eerder van de "grootste" verandering van E binnen de grenzen van dat gebied moeten spreken), dan moet men, zooals ik zoo even deed, bedenken dat de verandering van $p^2/2m$ door

$$\frac{p\Delta p}{m} + \frac{(\Delta p)^2}{2m}$$

wordt gegeven.
p. 8. Met den teller bedoelt gij klaarblijkelijk
$$N!g'^N(d\omega)^N$$
en met den noemer
$$(4\pi)^N n_1!n_2!\ldots\nu^N.$$
Nu zal het op den lezer een vreemden indruk maken, dat men nu eens den teller en dan eens den noemer der breuk als maat voor de waarschijnlijkheid heeft genomen. Hij zal nl. meenen dat deze laatste door de breuk zelf wordt voorgesteld, en hij zal wel inzien, dat men, den noemer ignoreerende, alleen op den teller kan letten, wanneer W toch evenredig is, maar er

bezwaar tegen hebben, dat men als maat voor W den noemer neemt, waarmee W omgekeerd evenredig is.
In werkelijkheid is het, dunkt mij, als volgt met de zaak gesteld.
Laat Q een betrekkelijk groot gebied in de phase-extensie zijn (eventueel reeds met een "gewichtsfactor" gereduceerd) , Q' het deel van Q dat men overhoudt als men een beperking 1 invoert (b.v. dat de totale energie tusschen twee nauwgetrokken grenzen zal liggen) en Q'' het deel van Q' dat overblijft, wanneer men van alle gevallen die aan de beperking 1 voldoen, slechts een bepaalde groep kiest, b.v. die in welke de molekuulaantallen in verschillende elementen $n_1, n_2, \dots$ *zijn. Dit, met de beperking 1, moge een toestand S bepalen.*
Dan kan men de waarschijnlijkheid van alle aan de beperking 1 voldoende toestanden te zamen voorstellen door

$$W = \frac{Q'}{Q}, \qquad (1)$$

en ook wel, als men den noemer Q ignoreert, door

$$W = Q'. \qquad (2)$$

Maar, wanneer men, binnen de grenzen der beperking 1 blijvende, de verschillende toestanden S in het oog vat, kan men voor de waarschijnlijkheid van zoo'n toestand schrijven

$$W = \frac{Q''}{Q'}. \qquad (3)$$

Voor den "meest waarschijnlijken" van die toestandenvwordt dat

$$W_m = \frac{Q_m''}{Q'}.$$

Daar nu wegens het groote aantal molekulen de in deze theorieën voorkomende maxima uiterst "scherp" zijn, is Q_m'' *zoo weinig van Q' verschillend, dat (vooral bij de berekening der entropie, waarbij logQ te pas komt) het verschil mag worden verwaarloosd. Men mag dus (2) vervangen door*

$$W = Q_m''. \qquad (4)$$

Men ziet: in (2) wordt W bepaald door den noemer van (3) en wel omdat de noemer van (3) de teller van (1) is, en in (4) door den teller van (3), wel te verstaan door de maximale waarde van dien teller.
--
Het is mij niet duidelijk wat gij bedoelt als gij zegt (p. 12 o.a. en p. 13) dat de grootte der elementen g^N *zou afhangen van den tijd, gedurende welke men het gas aan zichzelf heeft overgelaten.*
Overigens kan ik niet nalaten hier nog eens te zeggen dat men, voor zoover ik kan nagaan, geheel in gebreke is gebleven, de physische beteekenis van de eindige elementen g in het licht te stellen.
Ook moet ik opmerken dat, naar het mij voorkomt, de rol die deze elementen in de theorie spelen, niet voldoende gekarakteriseerd wordt door te zeggen dat dit gebieden van gelijke

waarschijnlijkheid zullen zijn. Dat is wel zoo, maar waar het daarnaast ook vooral op aankomt, is dit, dat nog kleinere gelijke gebieden niet gebieden van gelijke waarschijnlijkheid zullen zijn. Men kan ook zeggen dat men de verdeeling der molekulen tusschen de verschillende gebieden g naar de regels der waarschijnlijkheidsrekening (b.v. met een loterij) bepaalt, maar de verdeeling binnen de grenzen van zulk een gebied als niet door die regels bepaald, beschouwt.
p. 13.b.a. Ik kan die motiveering van de deeling door N! niet bevredigend vinden. Terwijl het anders in het voordeel der waarschijnlijkheid van een toestand wordt geacht, dat die toestand door vele verschillende molekuulgroepeeringen kan worden verwezenlijkt (zie P.S.), zou men nu in eens de daardoor mogelijke verscheidenheid niet meer laten meetellen. In ieder geval zou scherpere formuleering van deze gedachtengang hierbij noodig zijn. Welbeschouwd zal de formule, die b.v. Tetrode heeft opgesteld, moeten dienen om de "absolute" waarde der entropie van het gas te leeren kennen, die dan, gecombineerd met een dergelijke "absolute" waarde (geheel anders verkregen) voor de vaste phase, zal dienen om de dampspanning te berekenen. De vraag is dan dus, of men, ten einde de entropie van het gas behoorlijk bij die van het vaste lichaam te doen aansluiten, door N! moet deelen.
Overigens komt het mij voor dat gij verder op p. 13 U wel wat al te twijfelachtig uitlaat over de beteekenis die het verband tusschen entropie en waarschijnlijkheid voor den physica heeft. Wanneer wij van de moeilijkheden afzien, die de quantentheorie oplevert, en ook niet naar absolute waarden van de entropie verlangen, maar met entropieverschillen, en dus verhoudingen van waarschijnlijkheden tevreden zijn, ziet de theorie er dunkt mij nog al hoopvol uit.
Definieert men b.v. de entropie van een lichaam van gegeven volume v en gegeven energie E, als k.logW, daarbij onder WdE verstaande het gebied der phasenuitgebreidheid dat gekenmerkt is door het volume v en de energie tusschen E en E+dE, dan kan men voor een gas bewijzen, en voor andere lichamen aannemelijk maken, dat wat men verkregen heeft, werkelijk aan de thermodynamische entropie beantwoordt.
Op p. 14 is een foutje ingeslopen. P stelt nl. de dichtheid der systeempunten gedeeld door het geheele aantal van die punten, voor: Maar dat is van geen belang.
De moeilijkheden waarop gij nu verder wijst, ontstaan natuurlijk alleen daardoor, dat men tegenwoordig absolute waarden voor de entropie wil opstellen en niet met entropieverschillen tevreden is. Vroeger was alles heel eenvoudig. Er was niets tegen dat de numerische waarden van P van de keus der eenheden afhangt, en dat bij verandering daarvan een additieve constante in η verandert; die additieve constante kon toch willekeurig gekozen worden. Verder was θ de in energiemaat uitgedrukte temperatuur; E en Ψ hadden gelijke dimensies, beide energieën zijnde. In E kwam natuurlijk een onbepaalde additieve constante voor en in Ψ, de vrije energie had men er zelfs twee, de ééne van E, omdat $\Psi - E$ geen additieve constante mocht bevatten, en de andere van η, omdat $(\Psi - E)/\theta = \eta$ zooals wij zagen een dergelijke constante bevat. Dit alles komt overeen met de oude thermodynamische formules, volgens welke in de uitdrukking voor de vrije energie termen van den vorm C_1T+C_2 voorkomen. Die

constanten C_1 en C_2 hebben bij geen enkel vraagstuk, waarbij men van de vrije energie gebruik maakt, invloed.
Met vriendelijke groet hoogachtend,
Uw dienstw.
H.A. Lorentz

P.S. Verdeel een vat dat n gasmoleculen bevat, door een meetkundig vlak in twee gelijke deelen en zoek de waarschijnlijkheid dat de deelen resp. n_1 en n_2 molekulen bevatten. Moesten dat bepaalde molekulen zijn dan was deze waarschijnlijkheid

$$\frac{1}{2^n} \qquad (1)$$

Maar wanneer n_1 en n_2 willekeurige molekulen bedoeld worden, en dus met de verscheidenheid die door verwisseling van molekulen verkregen wordt, rekening wordt gehouden, krijgt men

$$\frac{n!}{n_1!n_2!}.\frac{1}{2^n} \qquad (2)$$

De uitdrukking (1) is onafhankelijk van n_1, en alleen de uitdrukking (2) maakt het ons mogelijk te zeggen dat $n_1=n_2$ de meest waarschijnlijke verdeeling is. Alleen (2) kan ons tot een waarde van de entropie leiden, die bij de gelijkmatige verdeeling een maximum is.

EIGEN NOTITIE LORENTZ

Aan Postma geschreven, naar aanleiding van zijn stukje over entropie en waarschijnlijkheid dat hij mij verzocht had, aan de Akad. Aan te bieden.
Verdeel de phaseuitgebreidheid μ van één molekuul in s gelijke gebieden, elk van de grootte g, en vat den toestand in het oog, waarbij die gebieden resp. n_1, n_2, … molekulen bevatten. Stel vooreerst dat dit allen bepaalde molekulen zijn. Dan ligt het punt A, waardoor de toestand van het gas in de phaseruimte Γ wordt voorgesteld, in een element Q waarvan de grootte is g^N.
Wij kunnen nu onderstellen dat de n_1, n_2, … mol. die in de verschillende gebieden g liggen, willekeurige zijn. Dan herhaalt ook een element zooals het zooeven genoemde

$$\frac{N!}{n_1!n_2!...}$$

maal. Al die gebiedenQ (Q', Q'', …) te zamen vormen de Z-ster, waarvan de inhoud is

$$\frac{N!}{n_1!n_2!...}g^N$$

Wanneer al de n_1 molekulen liggen in het middelpunt van het eerste gebied g, al de n_2 molekulen in het middelpunt van het tweede gebied g, enz. (gesteld dat de gebieden middelpunten hebben), dan ligt A in het middelpunt M van Q. Evenzoo hebben Q', Q'', enz.

hunne middelpunten M', M'', enz.
Aan die punten M, M', M'', enz. beantwoordt telkens een bepaalde energie, en deze energieën zijn alle gelijk (stel E_0). De punten M, M', M'' … liggen alle op een oppervlak $E=E_0$.
Men kan de geheele phaseuitgebreidheid Γ in elementen Q, en dus in Z-sterren verdeelen. Al die elementen Q hebben hunne middelpunten.
De vraag is nu of behalve de eerstgenoemde elementen Q, Q', Q'', … (te zamen de eerste Z-ster vormende) nog andere zullen zijn die hun middelpunt op $E=E_0$ hebben. Dat kan wel gebeuren omdat er onder de elementen g in de μ-ruimte wel eenige kunnen zijn, aan welker middelpunten precies dezelfde energie beantwoordt. Dan zijn er ook in de Γ-ruimte

elementen $\overline{Q}$ te vinden, aan wier middelpunten volkomen dezelfde energie beantwoordt als aan het middelpunt der gebieden Q, Q', Q'' enz. Er zijn dus nog wel meer Z-sterren behalve de eerstgenoemde, waarvoor de "middelpuntsenergie E_0" is.
Maar men ziet gemakkelijk in dat er tal van Z-sterren zullen zijn, die wel door het oppervlak $E=E_0$ worden doorsneden, en toch hun middel-

DE REST ONTBREEKT

NUMMER	42
SOORT	Handgeschreven brief van twee pagina's
AAN	Lorentz
DATUM	26-10-1915
ARCHIEF	NHA, NA
INHOUD	Postma's primaire reactie op brief 41. Verdere correspondentie is niet bekend; op 18-12-1915 verschijnt Postma's artikel in de KNAW-Verslagen.

Groningen 26 Oct '15

Hooggeleerde Heer

Hedenmorgen ontving ik Uw zeer uitvoerig schrijven, waarvoor ik U ten zeerste mijn dank betuig.
Natuurlijk kan ik nog niet direct de bedoeling Uwer opmerkingen geheel overzien; ik hoop er echter bij omwerking van mijn stukje een dankbaar gebruik van te maken.
Veroorloof mij echter een opmerking aangaande Uw P.S. U spreekt van een vat in 2 gelijke deelen verdeeld en stelt als kanswaarden tegenover elkaar
$\frac{1}{2^n}$ *en* $\frac{n!}{n_1!n_2!}.\frac{1}{2^n}$ *waarvan de laatste alleen gelegenheid zou geven als waarschijnlijkste verdeeling $n_1=n_2$ te vinden. Natuurlijk is dit zoo; maar mijn bedoeling is ook niet de eerste te*

nemen, maar $\frac{1}{n_1!n_2!}.\frac{1}{2^n}$ *, omdat alleen n! wordt weggelaten; en zóó blijft dat voordeel behouden.*
En het nieuwe voordeel komt er bij, dat nu ook de uitdrukking geschikt is om vergeleken te worden met de entropie van een andere gasmassa met andere n, waarvoor de oorspronkelijke niet deugt, die alleen geschikt is voor vergelijking van verschillende toestanden eener zelfde gasmassa.
Natuurlijk is dat de eigenlijke reden voor de weglating; de redeneering van de generieke fasen is maar à posteriori. Zonder deze weglating heeft men toch niet dat de entropie van een gasmassa = som der entropieën der deelen en dat is (meer dan aansluiting aan de vaste stof), dunkt mij de reden.
Ik zie inderdaad niet in, hoe men zonder deeling door N! die eigenschap behouden kan.
Hopende spoedig tijd te zullen hebben voor aandachtige studie van Uw schrijven

Met de meeste hoogachting
Uhooggel dw dn
O. Postma

NUMMER	43
SOORT	Handgeschreven brief van twee pagina's
AAN	Lorentz
DATUM	11-01-1917[1918?]
ARCHIEF	NHA, NA
INHOUD	De datering is onduidelijk. De brief handelt over de Brownse beweging. P's artikel hierover zal in september 1918 aangeboden worden voor de Verhandelingen van de Akademie. In dat artikel verwijst P naar de in de brief genoemde Basset.

Groningen 11 Jan '17{'18?}

Hooggeleerde Heer,

Tot mijn blijdschap kan ik U vandaag melden, dat ik de zaak, waarover ik U gisteren schreef, heb opgelost.
Het spijt mij, dat ik mijn stukje nog niet een dag heb bewaard; U zult wel zoo goed willen zijn mij het stuk na lezing nog even terug te zenden om het te verbeteren. De oplossing van Basset is de juiste.
De fout van de andere methode bestaat hierin, dat er alleen rekening wordt gehouden met de dissipatie van energie in de vloeistof, niet aan het oppervlak.

Door de wrijving wordt ook direct aan de bol warmte gevormd, die bij de andere moet worden opgeteld.
Als men dit er bij voegt, komt men tot dezelfde uitkomst.
Nu is ook duidelijk, waarom de grensgevallen hetzelfde resultaat moeten hebben: als β=0, is er geen kracht en, als β=∞, is er geen weg; dus in beide gevallen geen arbeid.
Basset schijnt de fout in de andere methode ook niet opgemerkt te hebben, daar hij schrijft: "The value of the force … may be obtained either by calculating the resultant force exerted by the liquid upon the sphere, or by means of the dissipation function." "If we employ the first method" enz.

Met de meeste hoogachting
Uhooggel. dw. dn.
O. Postma

NUMMER	44
SOORT	Handgeschreven brief van een pagina
AAN	Universiteitsbibliotheek Leiden
DATUM	10-06-1953
ARCHIEF	UBL
INHOUD	Postma biedt een deel van zijn natuurwetenschappelijke correspondentie aan en brengt Lorentz postuum dank voor de uitgebreide brieven.

Leeuwarden, 10 Juni '53

WelEd. ZeerGel. Heer,

Hierbij doe ik u de bedoelde brieven toekomen. Ze hebben meer betrekking op de Kinetische Gastheorie en werden geschreven naar aanleiding van artikels door mij aan den professor toegezonden. Daar ik geen leerling was en voor prof. Lorentz een geheel onbekende, moet het wel door[?] mij, als een bijzondere vriendelijkheid van hem gezien worden dat hij mij zoo uitvoerig schreef.
Dat ik op de achterzijde van een paar brieven wat geknoeid heb, kan geloof ik niet zo veel hinderen. Het was er te veel op vast geroest om het nog geheel weg te kunnen werken.

Hoogachtend,
Uw dw.
O. Postma